

Inversion d'une modélisation de type hydrogramme unitaire à base géomorphologique: interprétation physique et première mise en œuvre

**HOUDA BOUDHRAA^{1,2}, CHRISTOPHE CUDENNEC^{1,3},
MOHAMED SLIMANI² & HERVE ANDRIEU⁴**

¹ UMR G-EAU, IRD, BP 434, El Menzah 4, 1004 Tunis, Tunisia
boudhraa_hda@yahoo.fr

² Génie rural, INAT, Mahrajène, 1082 Tunis, Tunisia

³ UMR SAS, Agrocampus Rennes, F-35042 Rennes Cedex, France

⁴ Division eau, LCPC, BP 4129, F-44341 Bouguenais Cedex, France

Résumé Les fonctions de transfert pluie-débit à base géomorphologique sont appuyées sur des éléments structurels qui sont observables pour tout exutoire considéré, et sur une conceptualisation des transferts qui est déclinable selon les données et les connaissances disponibles. Nous proposons une approche basée sur une fonction de transfert en réseau hydrographique, son inversion et l'estimation des pluies nettes par déconvolution des débits observés à l'exutoire. Une telle estimation ouvre des perspectives: (a) de modélisation de l'hydrologie de versant; et (b) de transposition du débit vers des exutoires non jaugés. Une première mise en œuvre en contexte semi-aride, où la transposition est souhaitable, permet de vérifier la sensibilité à l'*a priori* utilisé pour initialiser le calcul, en cohérence avec l'interprétation physique qui préside aux choix de modélisation.

Mots clefs fonction de transfert à base géomorphologique; modélisation inverse; modélisation pluie-débit; pluie nette

Inversion of a geomorphology-based unit hydrograph model: physical interpretation and first implementation

Abstract Geomorphology-based rainfall-runoff transfer functions are deduced from structural elements which can be observed for any considered outlet, and from a conceptualization of transfers which can be adjusted according to available data and knowledge. An approach is proposed that is based on a transfer function through the river network, its inverse modelling and the assessment of net rainfall by deconvoluting the discharge observed at the outlet. Such an assessment creates prospects: (a) for hillslope hydrological modelling; and (b) of discharge transposition towards ungauged outlets. A first implementation in a semiarid context, where transposition is desirable, allows us to check the sensitivity to the *a priori* used to initialize computations, which is coherent with the physical interpretation underlying the modelling options.

Key words geomorphology-based transfer function; inverse modelling; rainfall-runoff modelling; net rainfall

INTRODUCTION

Parmi les approches de modélisation pluie-débit, celles qui appuient la formulation d'une fonction de transfert (FT) sur des caractéristiques géomorphologiques ont pour

intérêt majeur de chercher à donner des bases physiques au concept d'hydrogramme unitaire (HU) et de limiter les calages. L'observation géomorphologique permet d'identifier, conceptualiser et synthétiser l'ensemble des cheminements possibles de l'eau à travers le bassin versant jusqu'à l'exutoire, puis une formalisation hydrologique permet d'en déduire une synthèse des temps de parcours. Le support géomorphologique observable d'une part et la diversité des formalisations hydrologiques possibles d'autre part rendent ces approches prometteuses dans le cadre de la problématique PUB, car génériques, adaptables et robustes.

Deux approches majeures ont été développées. La première s'appuie sur la topologie de hiérarchie du réseau hydrographique, en particulier suite à la proposition de Rodriguez-Iturbe & Valdès (1979). La deuxième s'appuie quant à elle sur les fonctions géomorphométriques aire et largeur (e.g. Kirkby, 1976; Foroud & Broughton, 1981; Gupta & Mesa, 1988; Snell & Sivapalan, 1994). La formalisation hydrologique a été initialement appuyée sur l'hypothèse d'une vitesse moyenne de parcours, permettant de transformer aisément la fonction densité de probabilité (f_{dp}) de la distance de cheminement de l'eau en f_{dp} du temps de parcours et d'utiliser cette dernière comme HU. Puis, différentes interprétations physiques et conceptualisations ont permis d'aller au delà des hypothèses simplificatrices de l'HU. Les travaux ont en particulier porté sur l'appréciation des non-linéarités au sein des versants et du réseau hydrographique, et sur leurs rôles relatifs dans le fonctionnement global du bassin versant; puis sur leur prise en compte au sein de la fonction de transfert elle-même et/ou via son articulation avec un modèle de versant (Rinaldo *et al.*, 1991; Marani *et al.*, 1991; Snell & Sivapalan, 1994; Robinson *et al.*, 1995; Woods & Sivapalan, 1999).

Compte tenu de ces sources relatives de non-linéarité et d'un objectif de simplicité vis-à-vis de la disponibilité des informations, nous utilisons une FT linéaire en réseau hydrographique, à articuler avec une(des) fonction(s) de production FP significative(s) au niveau du versant (Fig. 1(a)). La variable de couplage, pluie nette P_n , n'est pas mesurable dans la nature, ce qui rend délicates l'appréciation du fonctionnement global des versants et la modélisation associée. Nous proposons une démarche d'identification des P_n par inversion de la FT et déconvolution des débits mesurés Q_{mes} à l'exutoire d'un bassin versant jaugé (Fig. 1(a)), qui ouvre deux perspectives majeures (Fig. 1(b)): (a) l'identification, en moyenne, des sorties du sous-système versant puis le développement de la FP *ad hoc*; et (b) la transposition des débits vers un autre exutoire, éventuellement non-jaugé, par reconvolution des P_n estimées avec la FT à base géomorphologique correspondante. Ces perspectives inscrivent bien la démarche dans le cadre de l'initiative PUB (Sivapalan *et al.*, 2003). Nous présentons en outre une première mise en œuvre sur un bassin versant semi-aride tunisien, qui nous permet de vérifier la cohérence des choix conceptuels majeurs avec l'interprétation physique.

CADRE DE MODELISATION

Modélisation directe de type hydrogramme unitaire à base géomorphologique

La FT est basée sur une fonction géomorphométrique aisément observable et sur l'appréciation d'une vitesse moyenne de parcours \bar{v} . Afin de limiter la signification de

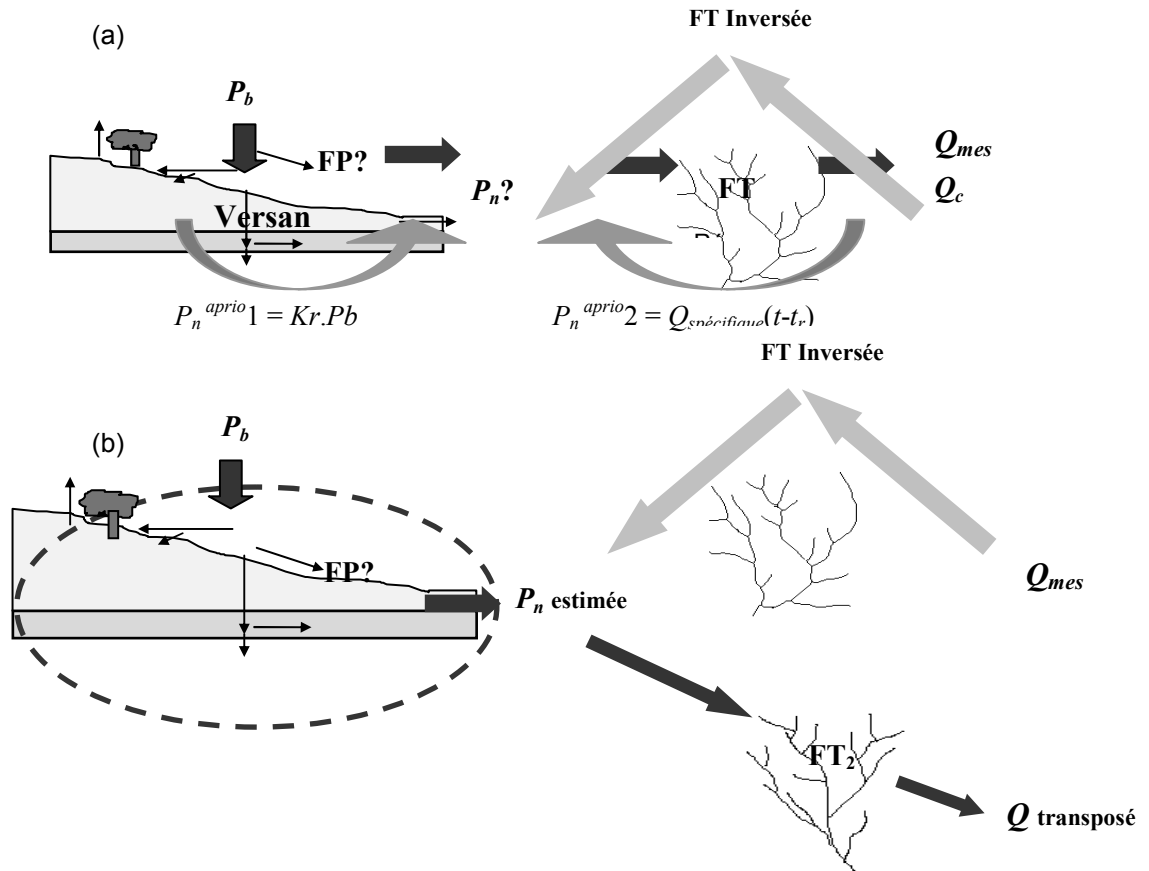


Fig. 1 Conceptualisation de la modélisation pluie-débit avec une fonction de transfert FT en réseau hydrographique et une fonction de production FP générant la pluie nette P_n à l'interface versant-réseau. (a) approches directe et inverse. (b) perspectives de développement de la FP par isolement des versants et de transposition du débit en un autre exutoire par reconvolution avec la FT correspondante.

cette FT aux transferts à travers le réseau hydrographique, nous considérons une fonction géomorphométrique légèrement différente des fonctions aire et largeur classiquement utilisées. Ainsi, pour tout point du bassin versant, nous identifions le chemin parcouru à travers le versant jusqu'au réseau hydrographique, puis le chemin à travers ce réseau jusqu'à l'exutoire. La fonction géomorphométrique utilisée est la f_{dp} de la longueur L de ce chemin en réseau. Pour un bassin versant donné, cette f_{dp} est aisément observable sous SIG.

Formulation de l'inversion

Le problème inverse (Tarantola & Valette, 1982; Menke, 1989) peut se résumer de la manière suivante: (a) on dispose d'informations sur les données observées; (b) on dispose éventuellement d'informations sur les paramètres recherchés; (c) il existe un modèle mathématique permettant d'obtenir les valeurs des données à partir de celles des paramètres; (d) on combine ces informations pour estimer de manière stochastique

la valeur des paramètres qui ne sont pas accessibles à la mesure. Dans notre cas (Fig. 1(a)), les P_n sont les paramètres à estimer, les Q_{mes} les données et la FT le modèle. L'initialisation de l'algorithme d'inversion nécessite une série initiale de P_n , dite *a priori* (P_n^{aprio}). En outre, les erreurs relatives aux paramètres et aux données sont supposées être les réalisations de variables aléatoires de moyennes nulles et de distributions gaussiennes. L'équation de l'inversion utilisée est adaptée de Tarantola & Valette (1982):

$$P_n = P_n^{aprio} + C_{P_n}^{aprio} \cdot M^T \cdot (M \cdot C_{P_n}^{aprio} \cdot M^T + C_Q^{mes})^{-1} \cdot (Q_{mes} - M \cdot P_n^{aprio}) \quad (1)$$

où $C_{P_n}^{aprio}$ et C_Q^{mes} sont les matrices de covariances sur les vecteurs P_n^{aprio} et Q_{mes} , et où M est la mise en forme matricielle du modèle. La confiance accordée aux Q_{mes} et aux P_n^{aprio} est alors appréciée par les écart-types d'erreur respectifs σd et σp et les covariances associées, formulés en fonction de la date i comme suit:

$$\sigma d(i) = Ad \cdot Q_{mes}(i) + Bd \quad \text{et} \quad \sigma p(i) = Ap \cdot P_n^{aprio}(i) + Bp \quad (2)$$

$$\text{cov}(Q_{mes}(i), Q_{mes}(j)) = \sigma d(i) \cdot \sigma d(j) \cdot \exp\left[-0,5 \cdot \left(\frac{|i-j|\Delta t}{Dd}\right)^2\right] \quad (3)$$

$$\text{cov}(P_n^{aprio}(i), P_n^{aprio}(j)) = \sigma p(i) \cdot \sigma p(j) \cdot \exp\left[-0,5 \cdot \left(\frac{|i-j|\Delta t}{Tp}\right)^2\right] \quad (4)$$

où Ad , Bd ($\text{m}^3 \text{s}^{-1}$), Ap et Bp (mm) sont des constantes, Δt le pas de temps de mesure des débits (min), et Dd et Tp les distances de décorrélation (min).

MISE EN ŒUVRE EN CONTEXTE SEMI-ARIDE

Site d'étude et données

La méthodologie a été appliquée au bassin versant de Skhira en Tunisie centrale ($35^\circ 44' 15\text{N} - 9^\circ 23' 05\text{E}$ UTM; 192 km^2). Compte tenu du contexte semi-aride rural, les observations sont de très bonne qualité pour les débits à l'exutoire, peu denses pour les pluies, très partielles pour les processus internes (Cudennec *et al.*, 2005). L'hydrologie est dominée par des écoulements éphémères rapides de surface. Par ailleurs, l'objectif de transposition est crucial dans le voisinage de ce bassin, compte tenu de la rareté des observations de débit par rapport aux enjeux, dispersés, de quantification et de gestion.

La Fig. 2 présente l'observation hydro-géomorphologique qui peut en être faite sur la base des cartes disponibles à l'échelle 1:50 000 et d'une appréciation $\bar{v} = 2.8 \text{ m s}^{-1}$ à partir de l'observation des temps de réponse. Pour la période 1996–2002, nous disposons de 42 jeux pluie-débit au pas de temps de 5 minutes, avec au moins un hyétogramme, et plusieurs cumuls de pluie journaliers.

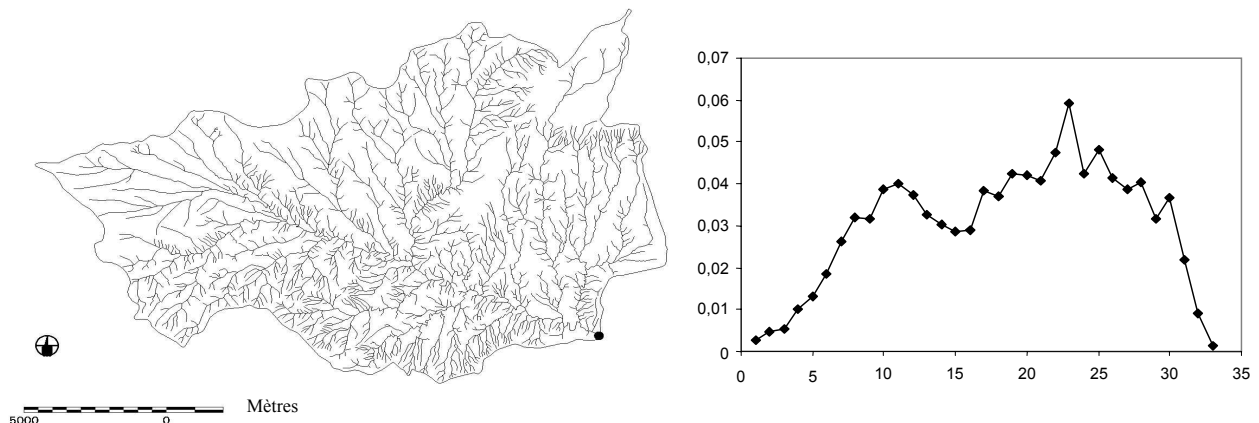


Fig. 2 Caractérisation hydro-géomorphologique du bassin versant de Skhira. (a) carte du réseau hydrographique. (b) fonction géomorphométrique (classes de 840 m) et fonction de transfert (classes de 5 min).

Choix méthodologiques: *a priori*, paramétrage des erreurs et critère de qualité

Compte tenu des données disponibles, et afin de tester la sensibilité associée, nous identifions deux *a priori*: (a) la pluie brute atténuée du coefficient de ruissellement global de l'événement Kr (*a priori* 1); (b) le débit spécifique à l'exutoire anticipé du temps de réponse moyen du bassin versant t_r (*a priori* 2). Les valeurs des paramètres d'inversion ont été fixées, en première approche, de manière empirique: $Ap = 0.85$; $Ad = 0.1$; $Bp = 0.001$ mm; $Bd = 0.01$ m³ s⁻¹; $Dd = 1$ min et $Tp = 20$ min. La qualité de l'estimation des P_n ne peut pas être aisément appréciée, faute de mesures associées. Les P_n sont donc reconvoluées avec la FT, pour obtenir des débits calculés Q_c *a posteriori*; et la comparaison des Q_{mes} et des Q_c permet d'apprécier cette qualité, en l'occurrence à travers le calcul du critère de Nash.

Premiers résultats

Le Tableau 1 présente la synthèse de la mise en œuvre pour les 42 événements. Etant donnée la faible densité des observations pluviométriques, la variabilité spatiale de la pluie est caractérisée par deux coefficients globaux journaliers: un coefficient de variation $CV = \text{Ecart type} / \text{Moyenne}$ et un coefficient d'abattement $CA = \text{Maximum} / \text{Moyenne}$. En outre, les événements du 14/03/1996 et du 04/11/1997, de formes assez simples et impulsionnelles et de variabilités spatiales différentes (Fig. 3 et 4), sont présentés plus en détail.

Il apparaît que, selon le critère de Nash, la qualité des résultats est variable et que l'*a priori* 2 donne presque systématiquement de meilleurs résultats. Les résultats sont en outre d'autant moins bons que la pluie est variable. Cela est bien illustré pour les deux événements cités en exemples. Mais l'événement du 04/11/1997, dont la pluie est particulièrement hétérogène, permet de vérifier que les estimations obtenues peuvent être néanmoins de bonne qualité.

Concernant l'estimation de P_n , les volumes totaux sont cohérents entre eux et avec la réalité de Q_{mes} . Par contre, la distribution temporelle des estimations est très

Tableau 1 Caractéristiques des 42 événements choisis et qualité des simulations.

Evénements	CV	CA	Q_{\max} ($\text{m}^3 \text{s}^{-1}$)	Kr	Pluie (mm)	Nash (Q_{mess} , Q_c)	
						<i>a priori</i> 1	<i>a priori</i> 2
14/03/1996	0.42	1.81	40.55	0.157	18.5	0.96	0.98
10/05/1996	0.55	2.05	74.3	0.267	11.5	0.826	0.911
11/05/1996	0.63	1.72	32.75	0.143	7.5	0.329	0.719
17/06/1996	0.85	2.68	8.71	0.088	4	0.45	0.677
18/06/1996	1.19	2.43	35.9	0.057	10	0.329	0.527
17/09/1996	0.53	1.51	84.7	0.287	7	-0.1	0.804
08/12/1996	1.26	3.33	47.16	0.257	4.5	0.586	0.763
25/01/1997	0.81	2.09	31.8	0.073	26	0.877	0.949
05/08/1997	0.84	2.38	74.5	0.567	4	0.603	0.874
18/08/1997	0.35	1.40	63.14	0.372	8.5	0.657	0.892
27/08/1997	1.79	5.32	203	0.994	5	0.276	0.515
02/09/1997	1.30	2.85	431.2	0.351	32	0.614	0.61
09/09/1997	2.73	7.75	108.2	0.136	18.1	0.23	0.501
14/09/1997	1.15	3.14	60	0.138	14	0.54	0.812
16/09/1997	0.83	2.31	155.7	0.327	11	0.694	0.779
20/09/1997	1.02	2.64	45.2	0.333	3.5	0.647	0.813
13/10/1997	0.91	2.44	56.3	0.118	15.5	0.719	0.771
04/11/1997	0.75	1.88	56.59	0.154	19.5	0.94	0.97
07/11/1997	0.49	1.38	7.28	0.094	4	0.23	0.83
23/11/1997	1.49	3.71	69.52	0.19	14	0.804	0.859
27/04/1998	1.64	4.29	9.74	0.099	5.5	0.737	0.916
18/05/1998	1.28	3.00	9.38	0.045	8.5	0.02	0.706
23/09/1998	0.93	2.67	79.26	0.187	22.5	0.885	0.903
01/10/1998	1.16	2.86	13.55	0.104	4.5	0.02	0.792
06/10/1998	1.03	2.99	2.24	0.033	6	0.12	0.636
10/10/1998	0.44	1.38	43.94	0.115	13.5	0.855	0.897
28/11/1998	1.05	2.80	1.46	0.07	1.5	0.049	0.509
25/05/1999	1.26	3.52	4.62	0.038	5.5	0.538	0.279
05/06/1999	0.98	2.38	24.37	0.046	13.5	0.598	0.647
05/08/1999	1.07	2.67	45.82	0.068	22.5	0.765	0.816
29/11/1999	0.68	1.76	15.98	0.096	17	0.66	0.955
06/12/1999	0.76	2.15	13.35	0.063	10.5	0.874	0.884
20/12/1999	1.22	2.85	11.87	0.107	9	0.724	0.942
19/01/2001	0.94	1.84	13.87	0.175	3	0.394	0.88
04/05/2001	0.75	1.83	94.14	0.244	21	0.833	0.855
10/05/2001	0.78	1.90	52.18	0.103	23	0.801	0.953
11/05/2001	0.44	1.82	39.21	0.198	20	0.969	0.996
23/04/2002	0.52	1.37	51.86	0.137	15.5	0.896	0.911
07/05/2002	0.16	1.12	113.2	0.283	18	0.845	0.909
29/06/2002	1.41	2.00	137.4	0.9	3.5	0.555	0.523
21/08/2002	1.41	2.00	20.22	0.048	11	0.468	0.66
22/08/2002	1.41	2.00	173.8	0.34	22.5	0.817	0.875
Moyenne						0.582	0.786

différente selon les *a priori*. La forme de la chronique de P_n estimée à partir de l'*a priori* 1 est très proche de celle de la P_b , alors qu'elle est lissée et proche de la forme de l'hydrogramme à partir de l'*a priori* 2. Cela confirme la forte dépendance de l'approche au choix de l'*a priori* d'initialisation.

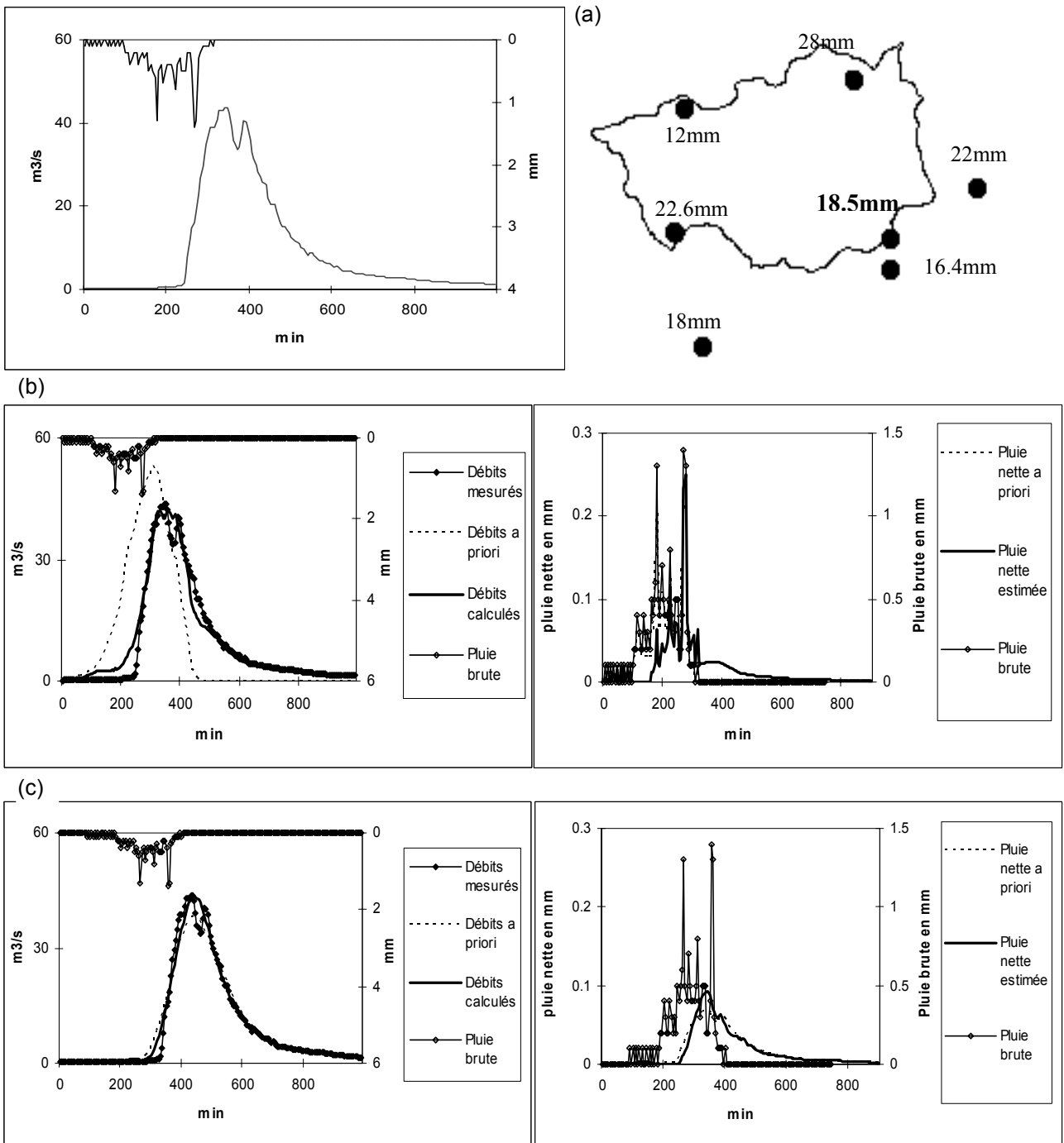


Fig. 3 Evénement du 14/03/1996 (pas de temps de 5 min). (a) chroniques événementielles de pluie et de débit à l'exutoire et distribution spatiale des cumuls journaliers. (b) estimation des Pn et des Qc avec l'a priori 1. (c) estimation des Pn et des Qc avec l'a priori 2.

DISCUSSION

L'approche proposée s'appuie d'une part sur une interprétation physique et d'autre part sur une application de la théorie des problèmes inverses. Elle nécessite l'initialisation

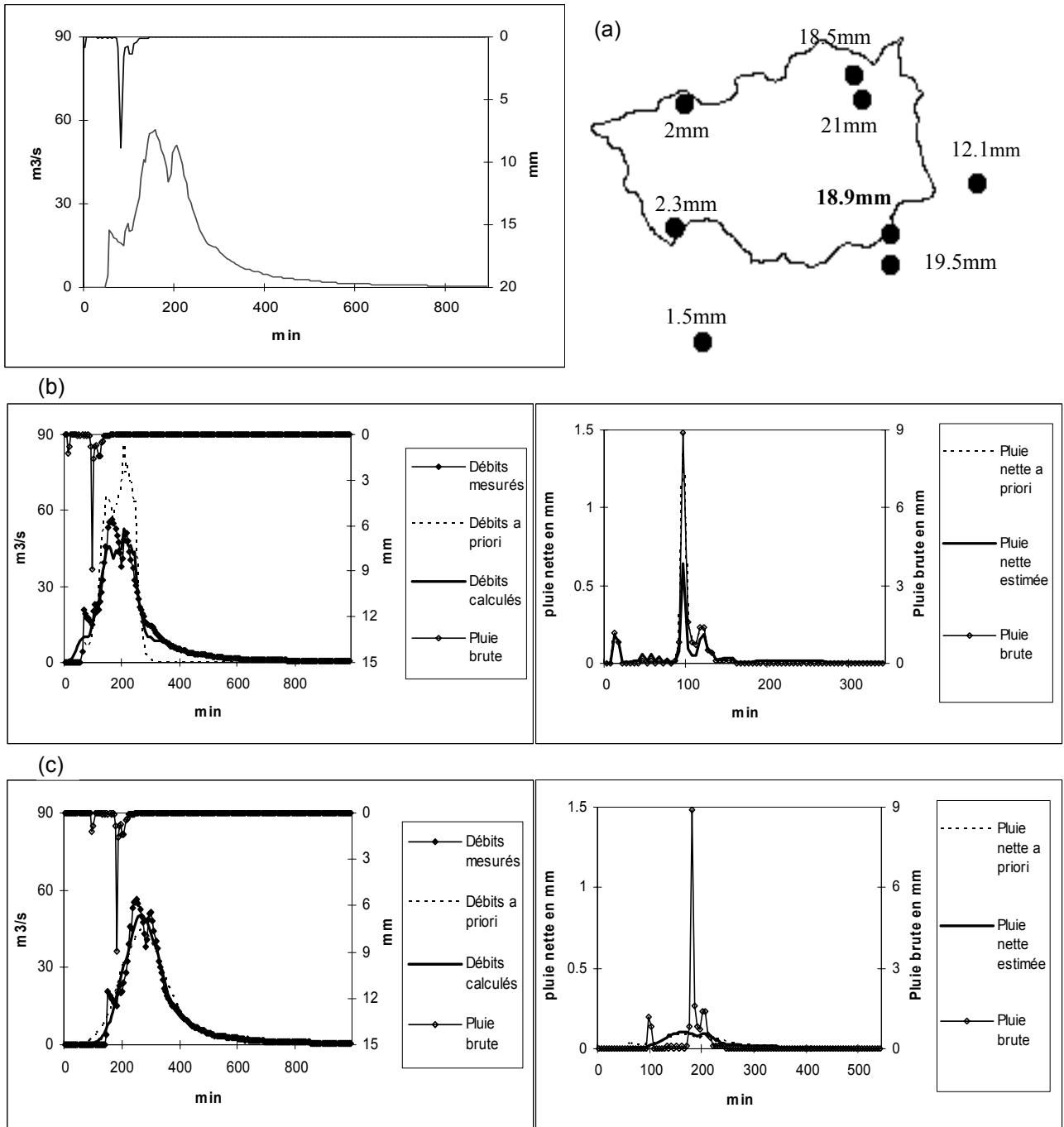


Fig. 4 Événement du 04/11/1997 (pas de temps de 5 min). (a) chroniques événementielles de pluie et de débit à l'exutoire et distribution spatiale des cumuls journaliers. (b) estimation des P_n et des Q_c avec l'a priori 1. (c) estimation des P_n et des Q_c avec l'a priori 2.

des calculs par des P_n^{aprio} et nous en avons formulé deux types, respectivement à partir des entrées de pluies et des sorties de débits. Les P_n estimées ne peuvent pas être validées en tant que telles par comparaison avec des observations, puisqu'elles ne sont pas observables dans la nature. L'appréciation de la qualité des résultats s'appuie donc sur les débits reconstitués par reconvolution *a posteriori* Q_c de ces P_n estimées. Les résultats mettent en évidence trois aspects majeurs:

- (a) L'identification de la pluie nette dépend fortement de l'*a priori*.
- (b) La reconstitution a posteriori des hydrogrammes est meilleure avec l'*a priori* 2 qu'avec l'*a priori* 1, ce qui est cohérent avec l'interprétation physique et la conceptualisation associée de la FT linéaire.
- (c) La qualité des résultats (en terme de critère de Nash entre les Qmes et les Qc) est partiellement liée à la variabilité spatiale de la Pb. Ceci met en évidence les limites de l'hypothèse d'homogénéité de la pluie sur le bassin versant, propre au concept de l'HU dans lequel s'inscrit cette approche.

Il s'agit là de la première mise en œuvre sur un bassin versant rural semi-aride, de taille moyenne, pour un échantillon d'événements donné. Une étude de sensibilité systématique est désormais nécessaire afin d'affiner l'estimation des paramètres. Pour cela, un cadre de travail vraisemblable doit être formalisé, afin, en particulier, de proposer des P_n supposées vraies et de les utiliser comme référence pour apprécier la pertinence des estimations obtenues par inversion et le respect de l'hypothèse de la distribution gaussienne des erreurs. Cette analyse systématique, ainsi que la mise en œuvre sur d'autres bassins et/ou pour d'autres échantillons de données, devraient en outre permettre de cerner la sensibilité à la variabilité hydrologique, soit pour établir les limites de validité soit pour identifier des pistes d'amélioration de la modélisation dans les sens direct et inverse, comme par exemple avec la prise en compte robuste de la variabilité spatio-temporelle de la pluie brute (Cudennec *et al.*, 2005). Enfin, l'estimation de la pluie nette ainsi précisée permettra d'envisager d'une part le développement d'un(de) modèle(s) de versant(s) cohérent(s) avec la fonction de transfert et d'autre part la transposition vers un autre exutoire par reconvolution avec la fonction de transfert correspondante.

REFERENCES

- Cudennec, C., Slimani, M. & Le Goulven, P. (2005) Accounting for sparsely observed rainfall space-time variability in a rainfall-runoff model of a semiarid Tunisian basin. *Hydrol. Sci. J.* **50**(4), 617–630.
- Foroud, N. & Broughton, R. S. (1981) Flood hydrograph simulation model. *J. Hydrol.* **49**, 139–172.
- Gupta, V. K. & Mesa, O. J. (1988) Runoff generation and hydrologic response via channel network geomorphology; recent progress and open problems. *J. Hydrol.* **102**, 3–28.
- Kirkby, M. J. (1976) Tests of the random network model and its application to basin hydrology. *Earth Surf. Process. Landf.* **1**, 197–212.
- Marani, A., Rigon, R. & Rinaldo, A. (1991) A note on fractal channel networks. *Water Resour. Res.* **27**, 3041–3049.
- Menke, W. (1989) *Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory*. Academic Press, San Diego, California, USA.
- Rinaldo, A., Marani, A. & Rigon, R. (1991) Geomorphological dispersion. *Water Resour. Res.* **27**, 513–525.
- Robinson, J. S., Sivapalan, M. & Snell, J. D. (1995) On the relative roles of hillslope processes, channel routing, and network geomorphology in the hydrologic response of natural catchments. *Water Resour. Res.* **31**, 3089–3101.
- Rodriguez-Iturbe, I. & Valdés, J. B. (1979) The geomorphologic structure of hydrologic response. *Water Resour. Res.* **15**, 1409–1420.
- Sivapalan, M., Takeuchi, K., Franks, S. W., Gupta, V. K., Karambiri, H., Lakshmi, V., Liang, X., McDonnell, J. J., Mendiola, E. M., O'Connell, P. E., Oki, T., Pomeroy, J. W., Schertzer, D., Uhlenbrook, S. & Zehe, E. (2003) IAHS Decade on Prediction in Ungauged Basins (PUB), 2003–2012: Shaping an exciting future for the hydrological sciences. *Hydrol. Sci. J.* **48**(6), 857–880.
- Snell, J. D. & Sivapalan, M. (1994) On geomorphological dispersion in natural catchments and the geomorphological unit hydrograph. *Water Resour. Res.* **30**, 2311–2323.
- Tarantola, A. & Valette, B. (1982) Inverse problems = Quest for information. *J. Geophysics* **50**, 159–170.
- Woods, R. & Sivapalan, M. (1999) A synthesis of space-time variability in storm response: rainfall, runoff generation, and routing. *Water Resour. Res.* **35**, 2469–2485.