

La gestion d'un réservoir de soutien d'étiage peut-elle être optimale en cas de prévisions imparfaites?

J. MIQUEL

*EDF, Laboratoire National d'Hydraulique,
6 quai Watier, 78400 Chatou, France*

P. A. ROCHE

*Agence Financière de Bassin Seine-Normandie,
3 Rue Saint-Charles, 75015 Paris, France*

RESUME La gestion optimale d'un réservoir de soutien d'étiage rencontre deux difficultés principales: d'une part la connaissance très incertaine du coût d'une défaillance de satisfaction des objectifs, d'autre part les fortes incertitudes sur les prévisions de débits faites avant et au cours de l'étiage. La programmation dynamique en avenir incertain est un outil précieux pour établir une "bonne" gestion. Mais son optimalité est affectée par une prise en compte schématique de la réalité hydrologique et par la multiplicité des critères pratiques d'appréciation de la qualité d'une gestion. On réexamine ici le cadre général de la mise au point d'une gestion, en proposant notamment d'autres alternatives de procédures de décision adaptées aux contraintes pratiques extérieures. La notion d'optimalité est rediscutée en s'aidant de deux exemples d'application.

Can an optimal release policy for a reservoir be obtained in the case of imperfect low flow forecasts?

ABSTRACT Optimal release policy of a reservoir during low flows meets two main difficulties: a very imprecise knowledge of the failure cost for the objectives, and a great uncertainty of low flow forecasts. Stochastic dynamic programming is a valuable tool to build a "good" policy. But its theoretical optimality is limited by the representation of the hydrological reality which is necessarily too schematic, and by the many possible criteria for the evaluation of the qualities of a policy. The general topic of building a good release policy is discussed here; alternatives for decision process are presented, which are adapted to practical constraints. The optimality concept is discussed using two case studies.

INTRODUCTION

Gérer le stock d'un barrage-réservoir, c'est utiliser un équipement au jour le jour, afin de satisfaire au mieux différents usages. En période d'étiage, il s'agit de choisir les lâchures à effectuer pour soutenir les débits aval.

Ce choix au jour le jour peut avoir été conditionné préalablement d'une façon plus ou moins stricte:

(a) Si l'ensemble des variables descriptives du système hydrologique, et des critères d'utilité que l'on peut attacher aux débits obtenus, sont fixés une fois pour toutes, il est possible de mettre en place un mode de gestion automatisé: il s'agit d'un mécanisme de contrôle particulier, qui peut être optimisé par une méthode de programmation dynamique en avenir incertain.

(b) Si le service gestionnaire dispose d'une certaine liberté de remise en cause des objectifs, ou des paramètres de prévision de l'avenir, la méthode précédente ne suffit plus; elle reste cependant une aide utile, surtout si des contraintes fixes demeurent (débits et stock de référence). D'autres procédures sont envisageables, plus ou moins rigides, et nous en proposerons ici quelques unes; mais toutes nécessiteront un contrôle de leur optimalité, qui prend un sens différent, et nécessitera en général une vérification sur échantillon.

On distingue ici la *procédure de décision*, qui est l'opération qui permet pour des conditions hydrologiques et économiques fixées, de choisir une lâchure et la *mise au point* d'une gestion qui consiste à définir au mieux l'utilisation de ces procédures de décision.

Nous décrirons l'ensemble des opérations nécessaires à la mise au point d'une gestion complète, et présenterons un exemple simple, le barrage de Chambonchard sur le Cher. Nous allons montrer en quoi l'optimalité d'une gestion est liée à la définition des critères d'utilité, aux performances du système de prévision disponible et à son utilisation.

Dans un deuxième cas, le barrage Seine, nous comparerons différentes procédures de décision plus élaborées après en avoir décrit les principes généraux. Nous montrerons l'intérêt des réévaluations à chaque pas de temps pour le choix des décisions.

Ces travaux ont été réalisés grâce aux Agences Financières de Bassin Seine-Normandie, Loire-Bretagne et au Ministère de l'Environnement.

ASPECTS THEORIQUES: GESTION OPTIMALE POUR UN PROBLEME SIMPLE PARFAITEMENT POSE

Notations, hypothèses et algorithme

Si les objectifs, les contraintes et le système hydrologique sont parfaitement connus, on peut définir une procédure de décision de lâchure réalisant un contrôle optimum du réservoir. Parmi les méthodes de recherches opérationnelles, la mieux adaptée est la programmation dynamique en avenir incertain.

On suppose défini l'état du système à chaque pas de temps n par une famille (n) de variables d'état. Parmi celles-ci, on notera:

$$X(n) = \{S(n), y(n), x_1(n), \dots, x_n(n)\}$$

avec:

$S(n)$ stock disponible en fin du pas de temps n ,

$y(n)$ volume des apports naturels écoulés pendant le pas de temps (derniers débits observés),

$x_1(n), x_2(n), \dots, x_k(n)$ autres variables décrivant de façon exhaustive le système à la fin du pas de temps n .

Pour l'application du théorème de Bellman, des hypothèses très strictes sont nécessaires:

(a) l'état du système suit une évolution markovienne contrôlée par la décision de lâchure; on note $d(n-1)$ la décision prise en fin de pas de temps $n-1$ pour le pas de temps n , et $dp_n(X|X(n-1), d(n-1))$ la densité de probabilité conditionnelle de l'état $X(n)$ conditionnée par la connaissance de l'état $X(n-1)$ et de la décision $d(n-1)$;

(b) les utilités à optimiser sur chacune des trajectoires sont les sommes des fonctions d'utilités instantanées de chaque pas de temps

$$\tau(\text{trajectoire}) = \sum_{n=1}^N u_n(X(n), d(n-1))$$

(c) on cherche à optimiser l'espérance de ces utilités sur l'ensemble des trajectoires possible, en utilisant un contrôle markovien de $X(n)$

$$\{d^*\} = \{d_n^*(X(n))\}$$

tel que

$$\{d^*\} = \text{Arg}_{\{d\}} \text{Opt} \left\{ \int_{\text{aléas}} E(\tau(\text{trajectoire})) \right\}$$

Ce problème est alors équivalent à N optimisations récurrentes en posant à l'étape n , l'étape $n+1$ étant résolue:

$$V_n(X(n), x) = \int_X [u_{n+1}(X, d) + u_{n+1}^F(X)] dp_{n+1}(X|X(n), d)$$

$$d_n^*(X(n)) = \text{Arg}_{(d)} \text{Opt} \{v_n(X(n), d)\}$$

$$u_n^F(X(n)) = \text{Opt}_{(d)} \{v_n(X(n), d)\} = v_n(X(n), d_n^*(X(n)))$$

Posé ainsi, le problème est dit de "décision-hasard": la décision $d(n)$ porte sur le pas de temps $n+1$, l'état $X(n+1)$, et en particulier les débits du pas de temps $n+1$, n'ayant pas été observé.

Une formulation analogue permettrait de traiter le cas "hasard-décision": il suffit de prendre dans la définition du vecteur d'état pour $S(n)$ le stock en début, et non en fin de pas de temps. L'utilité est alors une fonction $u_n(X(n), d(n))$, et le calcul de d_n^* est obtenu de façon analogue, avec:

$$v_n(X(n), d) = u_n(X(n), d) + \int_X u_n^F(X) dp_{n+1}(X|X(n), d)$$

Mise en oeuvre

L'algorithme mis en oeuvre pour cette optimisation est donc très similaire à celui d'une programmation dynamique en avenir certain. Plus encore que celui-ci, il est soumis à la "course à la dimension" qui limite, compte-tenu des ordinateurs actuels, la classe des problèmes solubles par cette méthode.

Discrétisation, pas de temps et dimension de l'état concourent à augmenter les temps de calculs. On réalise en effet généralement l'exploration de $X(n)$ par discrétisation d'une plage de valeurs accessibles. La dimension de la grille est donc celle du vecteur d'état X . En chaque point, il faut définir la décision optimale d^* et l'utilité future u_F . La discrétisation du temps et celle des variables d'état doit être la plus grossière possible pour limiter le temps des calculs; cependant un pas de temps minimum est nécessaire pour être compatible avec le processus hydrologique et pour faciliter le calcul des espérances à chaque pas. De même une discrétisation minimum des variables d'état est nécessaire pour limiter la diffusion des erreurs dans cet algorithme itératif.

En résumé, il est bien rare que l'on puisse traiter correctement des cas de dimension supérieure à 3, l'augmentation de dimension conduisant à des approximations grossières.

ASPECTS PRATIQUES: REMISE EN CAUSE DE LA NOTION D'OPTIMALITE

Les difficultés de mise en oeuvre de la programmation dynamique en avenir incertain ont défini les limites des cas que l'on peut ainsi traiter. Cela convient-il aux problèmes de gestion d'étiage?

Complexité du système hydrologique

Les objectifs généraux de la gestion d'étiage sont variables (quantité et qualité de l'eau à délivrer, reconstitution des réserves souterraines), les points d'impact le long de la rivière sont nombreux, et enfin chaque objectif est lui-même décrit par de nombreuses variables. (Que serait une gestion utilisant comme variable représentative de la qualité d'eau l'oxygène dissous seul, alors que de fortes teneurs peuvent aussi bien être l'image d'un état satisfaisant, ou au contraire d'une prolifération algale néfaste?).

Cette dimension du système ne peut être réduite sans porter atteinte au réalisme de la description.

Un autre facteur d'accroissement de la dimension du système est le temps de mémorisation assez lent des relations pluies-débits en dehors des périodes de crues.

On pourrait le décrire soit en prenant pour variables d'état les débits à différents pas de temps, soit en introduisant des indicateurs des différentes composantes de l'écoulement. Dans ces deux cas, la dimension deviendrait trop importante. Les schématisations habituelles (tarissement déterministe et composante aléatoire en chaîne de Markov d'ordre 0 ou 1) ont pour effet d'altérer sensiblement le réalisme de la description des lois d'évolution du système. De plus, en s'écartant ainsi des hypothèses

d'application du théorème de Bellman, on induit pour le contrôle obtenu une sous-optimalité difficile à évaluer

La même remarque s'applique également aux prévisions, généralement fondées sur de très nombreuses variables (pluviométrie en de nombreux postes, et à des dates antérieures variées, etc.).

Simple ou complexe, le processus hydrologique décrit a été élaboré et ajusté à partir de données historiques présentant des erreurs de mesure et dont la taille d'échantillonnage ne permet qu'un ajustement approximatif des paramètres. Là encore, il est nécessaire d'élargir le vecteur d'état à des aléas dont la structure statistique est elle-même mal connue (Camboulivès, 1980).

La programmation dynamique en avenir incertain ne peut pas accepter un tel foisonnement. Faut-il y renoncer?

Choix des critères d'utilité

Comment traiter le cas où l'on dispose de plusieurs critères d'utilité différents: utilisation maximale du stock disponible, satisfaction d'un objectif de débit donné, relèvement des plus bas débits?

Les gestions les meilleures pour chaque critère ne sont pas les mêmes: il faut donc choisir. La connaissance des décisions optimales pour chacun n'est pas suffisante. Il faut savoir aussi de combien on peut s'écarter de l'optimum, et dans quel sens sans modifier sensiblement le score obtenu. Finalement, la gestion retenue sera un compromis, qui ne pourra être rigoureusement optimale pour aucun des critères.

L'optimalité d'une procédure de contrôle automatique complète pour un critère donné n'a dès lors plus de sens, puisque la règle de décision pratique est susceptible d'être modifiée pour tenir compte d'autres critères, alors que l'optimalité n'était assurée à chaque pas de temps que parce qu'on connaissait l'ensemble de la procédure de décision aux pas de temps futurs.

En outre, la forme des critères que l'on peut optimiser est assez fruste: comment optimiser directement l'objectif très classique d'amélioration de la fréquence de passage sous un seuil de débit pendant une durée donnée? Un tel objectif n'est que global. Il ne se met pas sous une forme acceptable pour la programmation dynamique, mais peut constituer un objectif pratique dans les cas où l'on dispose de peu d'information.

Conséquence sur la notion d'optimalité

Les raisons de sous-optimalité d'une gestion vis à vis d'un critère donné, sont donc nombreuses:

- * simplification du système hydrologique (réduction du nombre de variables d'état, d'indicateurs de prévision, structure stochastique, incertitudes etc.),
- * choix arbitraire de la fonction d'utilité,
- * influence d'autres critères ou objectifs,
- * respect imparfait des hypothèses d'application du théorème de Bellman, et remise en cause de décisions "optimales" antérieures.

Schématisation hydrologique, fonctions d'utilité ne sont que des outils simplifiés permettant de construire à un instant donné des

procédures de décision ayant une certaine cohérence. Mais la qualité d'une gestion ne se juge pas à son optimalité vis-à-vis d'un de ces critères et dans le cadre étroit des aléas acceptés par un de ces schémas hydrologiques: elle se juge *a posteriori*, sur une panoplie de critères, et pour un grand nombre d'années de simulation. Elle se juge par rapport à d'autres gestions aucune d'entre elles n'étant susceptible de traiter l'ensemble de l'information disponible en temps réel, et d'anticiper sur les décisions et les évolutions à venir.

PROCEDURE DE MISE AU POINT D'UNE "BONNE" GESTION

Compte-tenu des problèmes pratiques décrits ci-dessus, la mise au point d'une "bonne" gestion nécessite une démarche plus complète qu'une simple optimisation. Cette démarche comporte trois étapes distinctes:

L'analyse du système Il faut mettre au point:

- (a) le schéma hydrologique simplifié,
- (b) le système de prévision en temps réel,
- (c) les fonctions d'utilités que l'on cherchera éventuellement à optimiser dans chaque procédure de décision à tester,
- (d) les critères de choix d'une procédure.

La mise au point de procédures de décision particulières
Chaque procédure comporte:

- (a) l'élaboration d'un tableau de bord,
- (b) une méthode de choix de la décision au vu de ce tableau de bord.

Les données de ce tableau sont des estimations de l'impact futur et immédiat de chaque décision de lâchure possible. Pour que ces estimations soient exactes, il faudrait à la fois que l'état représente la réalité de façon exhaustive, et que les décisions ultérieures soient conformes à celles que la procédure de décision suppose. L'introduction d'une procédure de choix utilisant ces estimations peut être manuelle ou automatique.

La simulation et la comparaison des performances Sur un échantillon d'années élaboré lors de l'analyse du système (années historiques ou générées par un modèle), on compare les différentes procédures de décision pour une très large panoplie de critères. Ces simulations sont réalisées en prenant en compte, non plus des systèmes simplifiés, mais l'ensemble des paramètres intervenant dans les prévisions. Lorsqu'on avance dans l'étiage, de nouvelles informations sont recueillies: elles conduisent à une prévision de l'avenir qui conditionne la constitution du tableau de bord, mais qui sera remise en cause plus tard.

Nous allons, tout d'abord, illustrer sur des procédures de décision très simples, et dont la mise au point ne suppose pas de programme d'optimisation l'ensemble de cette démarche. Le cas d'application décrit est le barrage de Chambonchard sur le Cher (affluent de la Loire).

EXEMPLE SIMPLE DE MISE AU POINT D'UNE GESTION

Présentation du cas

Il s'agit, dans le bassin de la Loire, de relever autant que possible les débits les plus faibles avec un réservoir de petite capacité (140 millions de m³; soit 10% des apports moyens de la Loire pendant les deux mois les plus secs).

La gestion idéale *a posteriori* (avenir certain), serait celle qui complèterait le creux du débit $Q(t)$ pour assurer un débit objectif idéal Q_0 pour l'année considérée.

Mais les prévisions possibles sont relativement modestes, tant à long terme qu'à court terme. Une méthode utilisant l'autocorrélation des débits a fourni des corrélations observé-prévu dépassant rarement 0.8 pour le mois suivant, et tombant à 0.5, et même 0.2 pour les autres mois.

Il apparaît finalement que les erreurs de prévision sont de l'ordre de grandeur du volume dont on dispose pour la régulation.

Critères d'évaluation

On a choisi trois critères d'évaluation de la qualité d'une gestion donnée, en référence à l'objectif idéal d'une gestion en avenir certain:

(a) Un critère d'utilisation des ressources:

$$VU = \frac{\text{volume utilisé au cours de l'étiage (gestion réelle)}}{\text{volume maximum utilisable (gestion parfaite)}}$$

(b) Un critère d'efficacité du soutien de l'étiage, qui est tout simplement la comparaison avec "l'objectif optimum":

$$SOU = \frac{Q^* - Q_m}{Q_0 - Q_m}$$

où Q_0 = débit minimum en cas de gestion parfaite, Q_m = débit minimum sans soutien, et Q^* = débit minimum avec la procédure de décision testée.

(c) Un critère de "bénéfice" qui exprime que le soutien d'étiage est d'autant plus intéressant qu'il se produit en faible débit:

$$BEN = SOU \frac{1}{Q_m^2}$$

Finalement une bonne gestion sera telle qu'elle utilise au maximum les ressources disponibles (VU maximum), tout en le faisant au bon moment dans l'étiage (SOU maximum), surtout si l'étiage est particulièrement sévère (BEN maximum).

Du point de vue pratique, il est peu probable qu'il existe une gestion qui optimise en même temps ces trois critères: en fait il faudra faire un choix de compromis.

Procédures de décision testées

La *procédure la plus simple* consiste à ne pas tenir compte des prévisions et à affecter à chaque mois le volume de la réserve au mois de mai divisé par six:

$$\text{gestion 1: } d(n) = \frac{S(o)}{N}$$

La *procédure "idéale"*, malgré la mauvaise qualité des prévisions, consiste à se fixer un objectif Q^* basé sur les prévisions $Q'(t)$ et sur le volume V disponible. L'opération est renouvelée au début de chaque mois. On voit que lorsque les prévisions sont parfaites $Q^*(n)$ est constant avec le mois n , et vaut justement l'objectif idéal Q_o . En réalité les erreurs de prévision provoquent des variations importantes (et souvent catastrophiques) de $Q^*(n)$.

$$\text{gestion 4: } d(n) = Q^*(n) - Q(n)$$

Les *procédures intermédiaires* utiliseront les prévisions avec méfiance. La procédure intermédiaire la plus sommaire consiste à faire une lâchure forfaitaire, à condition que le débit observé soit simplement inférieur à $Q^*(n)$. Cette lâchure est alors non plus $S(o)/N$, mais $S(n)/N - n$.

$$\text{gestion 2: } d(n) = 0 \quad \text{si } Q(n) > Q^*(n)$$

$$d(n) = \frac{S(n)}{N - n} \quad \text{sinon}$$

Il est possible d'utiliser une gestion avec lâchure modulée qui soit protégée contre les erreurs de prévision, en limitant le volume déstockable chaque mois pour éviter des vidanges intempestives:

$$\text{gestion 3b: } d(n) = \text{Min} (Q^*(n) - Q(n); b \frac{S(n)}{N - n})$$

où b est un paramètre constant à régler.

Résultats

La procédure de décision forfaitaire qui consiste à lâcher un débit uniforme de juillet à octobre relève l'étiage de 22 à 36% (selon le remplissage du réservoir) par rapport à ce que ferait la gestion parfaite (avenir connu). La procédure retenue, de type 3, comporte les étapes suivantes: prévisions, choix d'un objectif cible, détermination de la lâchure. Elle permet de relever l'étiage d'environ 50% de ce que ferait une gestion parfaite. Cela se traduit par un relèvement d'environ 9% des plus faibles débits (cf. Fig.1). Mais cette amélioration n'est obtenue qu'en contrepartie de quelques défaillances (étiage non significativement soutenu).

Ces résultats pourraient être améliorés nettement, moins par une sophistication plus poussée de la gestion, que par une amélioration de la fiabilité des prévisions. Néanmoins la façon d'utiliser un même type de prévision de qualité médiocre a conduit à des performances très différentes: c'est tout l'intérêt de la recherche d'une bonne procédure de décision.

RECHERCHE DE PROCEDURES DE DECISION PLUS ELABOREES

L'exemple précédent ne faisait appel qu'à des procédures de décision simples, et à une utilisation des possibilités de prévision prudente,

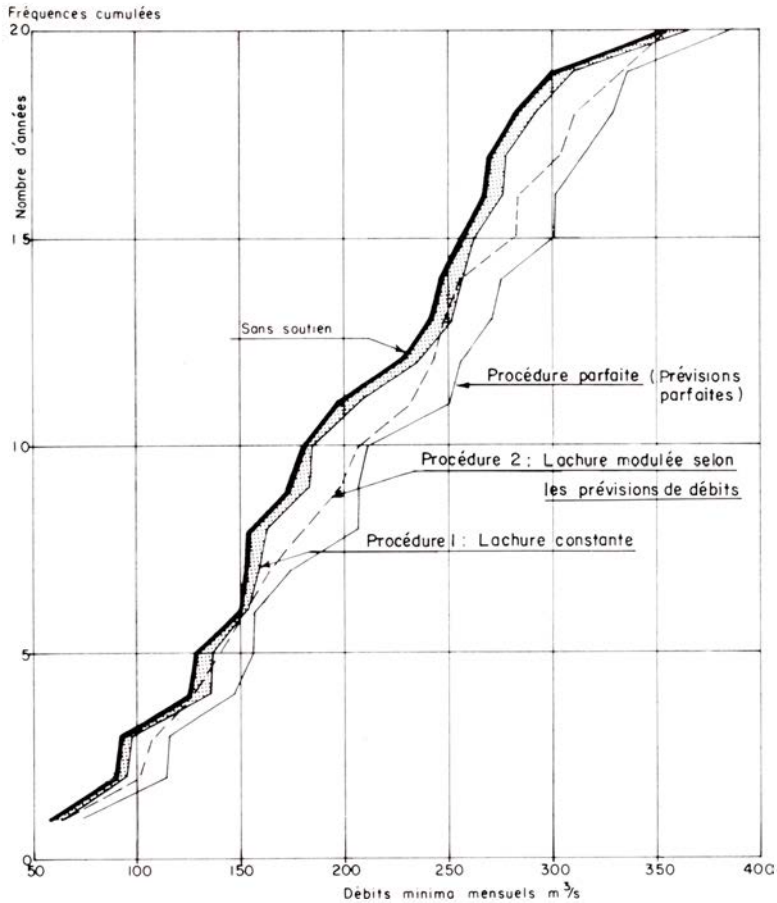


FIG.1 Comparaison des résultats de différentes procédures (cas de Chambonchard).

mais sommaire.

La mise en oeuvre de procédures de décision plus complètes peut être envisagée de différentes façons. Nous décrivons ici celles qui ont été comparées sur le cas du barrage Seine.

Schéma hydrologique

Le système hydrologique est décrit par un état de dimension 2: stock $S(n)$ et débit observé $y(n)$.

Les lois d'évolution de cet état sont:

$$y(n+1) = y(n) e^{-\alpha t} + e(n+1)$$

$$S(n+1) = S(n) - d(n)$$

où $e(n+1)$ est un aléa suivant une loi lognormale de caractéristiques identifiées sur une série d'années.

Les contraintes sont:

$$0 \leq d(n) \leq d_{\max}$$

$$0 \leq S(n) \leq S_{\max}$$

Les fonctions d'utilité choisies sont de la forme:

$$u_n(S(n), y(n), d(n-1)) = -C_n(Q(n), Q_0(n))$$

où $Q_0(n)$ est un objectif de débit à satisfaire à l'aval des prélèvements $z(n)$, $Q(n) = y(n) - z(n) + d(n-1)$ est le débit à l'aval, et C_n est une fonction de coût pénalisant le passage de $Q(n)$ en-dessous de $Q_0(n)$.

Optimisation sur scénario particulier

Dans cette classe de gestions, à chaque pas de temps, on choisit un scénario d'évolution future des débits naturels, et on effectue la lâchure qui optimise l'utilité sur ce scénario. Dans le cas où les fonctions d'utilité ne dépendent que du débit de lâchure et sont identiques d'un pas à l'autre, et où les demandes $z(n)$ sont constantes, cela donne une "lâchure constante". Dans le cas général, la décision de lâchure est obtenue par une programmation dynamique en avenir certain, mais les exemples du cas de Chambonchard montrent que ce n'est pas une nécessité. Quant à la méthode d'élaboration du scénario, elle peut prendre des formes très variées. Ce sont autant de paramètres de calage de la procédure de décision, qui est donc très souple et ne demande que peu de calculs. Pour le cas "Seine" comme pour Chambonchard, ce scénario sera extrait d'une famille de scénarios générés selon la loi de distribution des $e(n+1)$. On prend la succession des quantiles d'une fréquence donnée de chaque débit décadaire. On pourrait également retenir un scénario dont les caractéristiques globales (volume de déficit sous un seuil de débit) soient d'un quantile donné.

Optimisation sur scénarios

La procédure consiste en trois étapes (au pas de temps n):

(a) génération de k scénarios d'évolution (ici $k = 20$): cette génération peut utiliser toutes les ressources d'un modèle complexe de prévision;

(b) programmation en avenir certain pour chaque scénario, à partir du pas de temps $n+1$, en supposant que l'on a décidé une lâchure $d(n)$; il y a donc, pour tester h lâchures, $h \times k$ programmations dynamiques;

(c) analyse du tableau des résultats obtenus pour les h lâchures testées et les k scénarios, et choix d'une lâchure réalisant l'optimum d'un critère décisionnel attaché à ce tableau: par exemple optimisation de l'espérance des utilités, ou choix de la lâchure fournissant l'optimum pour un scénario associé à un quantile d'utilité donné, etc.

La richesse des règles décisionnelles possibles, associée à la possibilité de cerner au plus près les modèles de prévision les plus performants, font de cette procédure un outil de gestion particulièrement performant. C'est d'ailleurs une procédure de ce type qui a

été mise au point par le Laboratoire d'Hydrologie Mathématique de Montpellier pour une gestion opérationnelle du barrage Seine, à ceci près que la programmation dynamique en avenir certain a été remplacée par une simple simulation d'une gestion paramétrée.

L'inconvénient de la méthode d'optimisation sur scénario est que l'on risque d'utiliser pour la décision des tableaux de bord comportant des utilités peu réalistes. En effet, la décision qui sera prise ultérieurement si l'un des scénarios se réalise ne sera pas celle d'optimum en avenir certain. Il apparaît clairement que le tableau d'utilités estimées sera d'autant plus réaliste que l'on pourra compter sur un resserrement plus rapide du faisceau des scénarios au fur et à mesure de l'étiage.

Optimisation par programmation dynamique en avenir incertain

L'exploration des aléas futurs peut également être faite par programmation dynamique. Par rapport à la méthode décrite dans la partie I, cette procédure de gestion présente une complication certaine. En effet, il est nécessaire, pour obtenir le tableau de bord sur lequel seront prises les décisions, de réaliser à chaque pas de temps une famille de $h \cdot l$ programmations dynamiques, si l'on discrétise en h valeurs la décision $d(n)$ et en l valeurs l'état $y(n+1)$, point de départ de la programmation dynamique. Cet état $y(n+1)$ est atteint à partir de l'état $y(n)$ et connaissant la décision $d(n)$ avec une densité de probabilité $dp_n(y(n+1)|y(n), d(n))$ issue des caractéristiques de $e(n+1)$. Le tableau de bord est alors représenté, pour les h valeurs de la décision, par la distribution statistique des utilités estimées. On ne retient donc de ces $h \cdot l$ programmations dynamiques en avenir incertain qu'une décision de lâchure pour un pas de temps (et non pas la pré-détermination de tout le système de décision comme dans la partie I).

Par rapport à la méthode de l'optimisation sur scénarios, le tableau de bord est constitué d'une façon plus satisfaisante, puisqu'il prend en compte des décisions ultérieures optimales en avenir incertain, et non plus en avenir certain. Néanmoins la mise en oeuvre est plus lourde. Pour des raisons de temps d'exécution, on est conduit à limiter le nombre des programmations individuelles, et apparaissent des difficultés dues à l'approximation numérique. Par ailleurs, cette méthode est moins souple et on modifie moins facilement la structure de la prévision: en particulier, la diffusion d'un processus stochastique markovien sur de nombreux pas de temps conduit à des difficultés d'identification et d'instabilité que ne présente pas la méthode de génération de scénario.

On a choisi d'utiliser une méthode de scénarios pour évaluer les espérances mathématiques de façon cohérente sur de nombreux pas de temps.

Nous allons présenter ci-dessous les premiers résultats obtenus pour la comparaison de ces méthodes sur le barrage "Seine".

CAS DU BARRAGE "SEINE": COMPARAISON DE DIFFERENTES PROCEDURES PLUS OU MOINS ELABOREES

Présentation du cas

Il s'agit d'un barrage-réservoir de 205 millions de m^3 à buts

multiples. On a pris ici:

$$S(o) = 180 \text{ millions de m}^3 \quad D_{\max} = 30 \text{ m}^3 \text{s}^{-1}$$

Les objectifs de sa gestion sont formulés à la station de Vives-Eaux située 100 km à l'aval, pour laquelle une amélioration des débits les plus bas est recherchée pour des raisons qualitatives. Le critère de coût retenu ici est le suivant:

$$C_n(Q_n) = \lambda_n \frac{Q_o - Q_n}{Q_n}$$

dans les résultats suivants, $\lambda_n = \lambda_o$ pour tout n .

On cherche à en optimiser l'espérance mathématique. Les système de prévision est fondé sur un modèle comportant à chaque décade un débit de base déterministe (tarissement) et un apport aléatoire (gouverné par un processus d'arrivée Poissonnien et modulé selon la décade).

Procédures testées

Ce sont des procédures des trois types décrits dans la partie "Recherche de procédures de décision plus élaborées".

(a) P1: lâchure constante.

(b) P2: programmation dynamique sur la prévision moyenne et choix de l'optimum d'utilité; à chaque pas de temps, sept lâchures sont essayées.

(c) P3: programmation dynamique sur scénarios. A chaque pas, 20 scénarios sont générés, et sept décisions de lâchure sont testées. Le choix est fait à la main: on choisit l'optimum de la moyenne des utilités estimées, sauf lorsque la courbe est trop asymétrique. Dans ce cas, on utilise une lâchure voisine de l'optimum de moins d'un pas de discrétisation dans le sens de la sécurité.

(d) P4: programmation dynamique en avenir incertain. A chaque pas, sept décisions de lâchure sont testées. Les probabilités de transitions vers 10 valeurs de $y(n+1)$ sont évaluées (discrétisation suivant une transformation logarithmique). La procédure de décision testée ici porte sur l'espérance des utilités et suit les mêmes règles de prudence que pour P3.

Principaux résultats

Les Tableaux 1 et 2 présentent les tableaux de bord des procédures P3 et P4 utilisés comme aide à la décision. La Fig.2 rappelle également le tableau de bord de la procédure P2 et permet de comparer l'évolution des coûts estimés en fonction des lâchures possibles selon ces trois procédures.

TABLE 1 Exemple de tableau de bord pour la procédure basée sur la génération de scénarios (P2 et P3)

Année 9 - Décade n°4 - Stock 100 Mm³

PROCEDURE BASEE SUR UN SEUL SCENARIO MOYEN (P2)

Lâchure (Mm ³)	0	5	10	15	20	25	30
Coût	3	29	28	27	27.5	31.5	36

PROCEDURE BASEE SUR 20 SCENARIOS (P3)

Lâchure (Mm ³)	0	5	10	15	20	25	30
Coût pour le scénario n°1	146	143	142	144	146	150	156
Coût pour le scénario n°2	166	154	147	145	145	147	151
Coût pour le scénario n°3	54	53	52	53	55	61	66
Coût pour le scénario n°4	200	189	183	181	183	186	191
Coût pour le scénario n°5	42	39	37	37	38	42	47
Coût pour le scénario n°6	414	422	433	445	462	480	499
Coût pour le scénario n°7	32	34	38	42	46	51	55
Coût pour le scénario n°8	189	194	202	211	222	233	245
Coût pour le scénario n°9	112	108	106	106	107	110	114
Coût pour le scénario n°10	484	488	494	502	512	523	538
Coût pour le scénario n°11	61	59	57	58	59	65	71
Coût pour le scénario n°12	444	437	436	40	449	461	476
Coût pour le scénario n°13	88	67	51	41	35	32	30
Coût pour le scénario n°14	80	58	42	32	26	24	23
Coût pour le scénario n°15	92	92	92	95	98	105	113
Coût pour le scénario n°16	4	0	0	0	2	6	10
Coût pour le scénario n°17	97	103	110	118	126	135	146
Coût pour le scénario n°18	310	323	336	349	364	380	397
Coût pour le scénario n°19	46	33	24	17	12	10	9
Coût pour le scénario n°20	81	66	56	49	46	44	43
Espérance du coût pour l'ensemble des scénarios	158	153	152	153	157	162	169

REMARQUE: Le tableau des espérances nous indique une lâchure optimale de 10 Mm³. Mais le tableau complet est plus riche. Dans 80% des cas il ne faut pas lâcher plus de 15 Mm³, mais au moins 5 Mm³.

Voir également Fig.2.

Chacune des procédures a été simulée sur 20 années générées, à l'exception de la procédure P4 qui, pour des questions de temps, n'a pu être testée que sur les cinq années les plus sévères de cet échantillon.

On a mis en particulier en évidence la nécessité de reprendre au début de chaque décade l'évaluation des utilités futures, plutôt que d'utiliser les résultats d'un programme figé dès le premier pas de

TABLE 2 Exemple de tableau de bord pour la procédure basée sur la programmation dynamique en avenir incertain (P4)

Année 9 - Décade n°4 - Stock 100 Mm³

Apport possible pendant la décade 4		22	26	31	37	43	51	61	72	85	100
Coût pour la lâchure	0	358	329	301	274	248	223	198	180	163	148
Coût pour la lâchure	5	346	322	298	274	250	226	204	187	178	155
Coût pour la lâchure	10	342	321	299	277	254	230	212	194	177	161
Coût pour la lâchure	15	342	323	302	287	258	238	220	202	184	168
Coût pour la lâchure	20	345	327	307	286	265	247	228	210	192	175
Coût pour la lâchure	25	351	333	314	293	275	257	237	218	200	183
Coût pour la lâchure	30	358	341	322	304	286	267	247	227	208	196
Probabilité que l'apport soit inférieur		0.00	0.10	0.36	0.59	0.75	0.85	0.92	0.95	0.97	0.99
Lâchure		0	5	10	15	20	25	30			
Espérance du coût		277	276	278	282	287	295	304			

REMARQUE: Le tableau des espérances nous indique une lâchure optimale de 5 Mm³ environ. Mais le tableau complet est plus riche: dans tous les cas il ne faut pas lâcher plus de 10 Mm³, et dans 60% des cas il faut effectuer une lâchure non nulle. Voir également Fig.2.

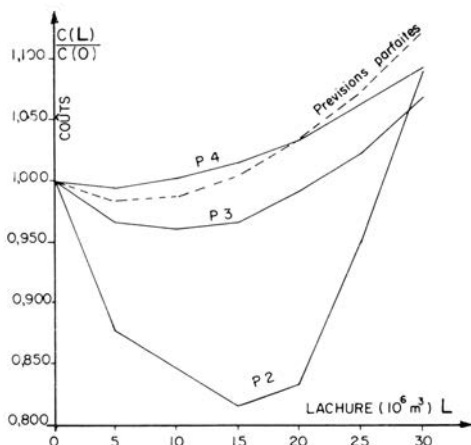


FIG.2 Comparaison des tableaux de bord de différentes procédures (cas du réservoir "Seine").

Cette figure compare les Tableaux de Bord 1 et 2. Les procédures P3 et P4 ont un comportement voisin, avec un optimum peu marqué, donnant une lâchure "optimale" aux alentours de 5 à 10 Mm^3 , en accord avec l'analyse des Tableaux de bord détaillés. La procédure P2 donne des résultats plus contrastés mais dont la qualité n'est globalement pas meilleure car elle néglige trop la variabilité des prévisions. Son résultat un peu fort, peut parfois être corrigé par le choix d'un scénario mieux adapté. A noter que la prévision parfaite donne un résultat intermédiaire à P3 et P4.

temps (cf. Tableau 3). L'information intervenue d'un pas de temps à l'autre est ainsi prise en compte sans qu'il soit besoin d'introduire en variable d'état tous les paramètres de la prévision.

Pour les cinq années les plus sévères, les Fig.3 résument le comportement des quatre gestions à comparer. Les coûts réels obtenus pour ces simulations sont les suivants:

Valeur du critère d'utilité obtenue		Année 5	Année 7	Année 9	Année 18	Année 19	Total
Lâchure constante	P1	193	203	541	281	364	1582
Scénario moyen	P2	120	184	394	176	409	1283
Scénarios	P3	103	211	367	198	332	1211
Avenir incertain	P4	97	222	372	206	311	1208
Gestion parfaite		62	107	298	157	268	893

La procédure à lâchure constante (P1) est clairement disqualifiée car elle coûte 30% de plus que les autres. La procédure par programmation dynamique en avenir incertain (P4) pouvait sembler *a priori* la mieux adaptée. En fait, ses performances sont équivalentes à celle de la programmation sur scénarios (P3) qui présente l'avantage d'être plus souple, de mieux représenter le processus hydrologiques et

TABLE 3 Evolution en cours d'étiage des utilités et des lâchures optimales (unités de stock et volumes décadaires en Mm^3)

Procédure utilisée: P4

n	s	y	D_2^n	C_2^n	D_n^n	C_n^n	$D_n'^n$	$C_n'^n$	
4	180	57	2.5	120	0	100	0	237	Année 18
8	154	40	17	90	20	68	12.5	130	
12	71.5	36	16	64	15	81	10	115	
14	56.5	21.5	18.5	98	15	131	10	183	
16	44.5	60	2.4	15	1.5	13	1.5	20	

LEGENDE

 n = numéro de la décade étudiée s = stock supposé disponible en début de décade n y = apport supposé pendant la décade n D_2^n = lâchure optimale pour la décade n calculée à la décade 2 D_n^n = lâchure optimale pour la décade n calculée au début de la décade n $D_n'^n$ = lâchure optimale pour la décade n calculée au début de la décade n en modifiant de moins de 10% les moments des distributions des variables d'états.Idem pour les utilités C_2^n , C_n^n et $C_n'^n$.

REMARQUE: Lorsque les caractéristiques statistiques des variables d'état sont peu modifiées au cours de l'étiage, les valeurs optimales des lâchures et des coûts déterminées à la décade n ressemblent beaucoup aux valeurs qui avaient été déterminées dès le début à la décade 2. Par contre une petite variation de ces caractéristiques statistiques (moins de 10%) entraîne des différences notables à la fois sur les lâchures et les coûts (D_n^n et C_n^n). Si la connaissance des distributions des variables d'état varie au cours de l'étiage, sans qu'on puisse prévoir cette variation dès le début, on ne pourra se dispenser de renouveler la procédure de décision au cours de l'étiage.

d'accepter sans modification des contraintes extérieures.

La procédure par programmation sur scénario moyen (P2) conduit à un score acceptable en moyenne, mais semble plus irrégulière.

Du point de vue de l'utilisation des stocks, on note que la procédure (P3) utilise systématiquement le volume disponible, alors que (P4), pour des résultats équivalents, dispose chaque année d'un petit volume non utilisé.

Par ailleurs, ces trois procédures présentent le même défaut, lié aux prévisions disponibles: elles réagissent avec une inertie d'un pas de temps qui ne leur permet pas de suivre les fluctuations rapides du débit naturel.

Enfin, les coûts informatiques des ces méthodes sont très différents. Sur un IBM 370, le traitement d'une procédure de décision

BARRAGE "SEINE" EVOLUTION DES DEBITS AVAL

317

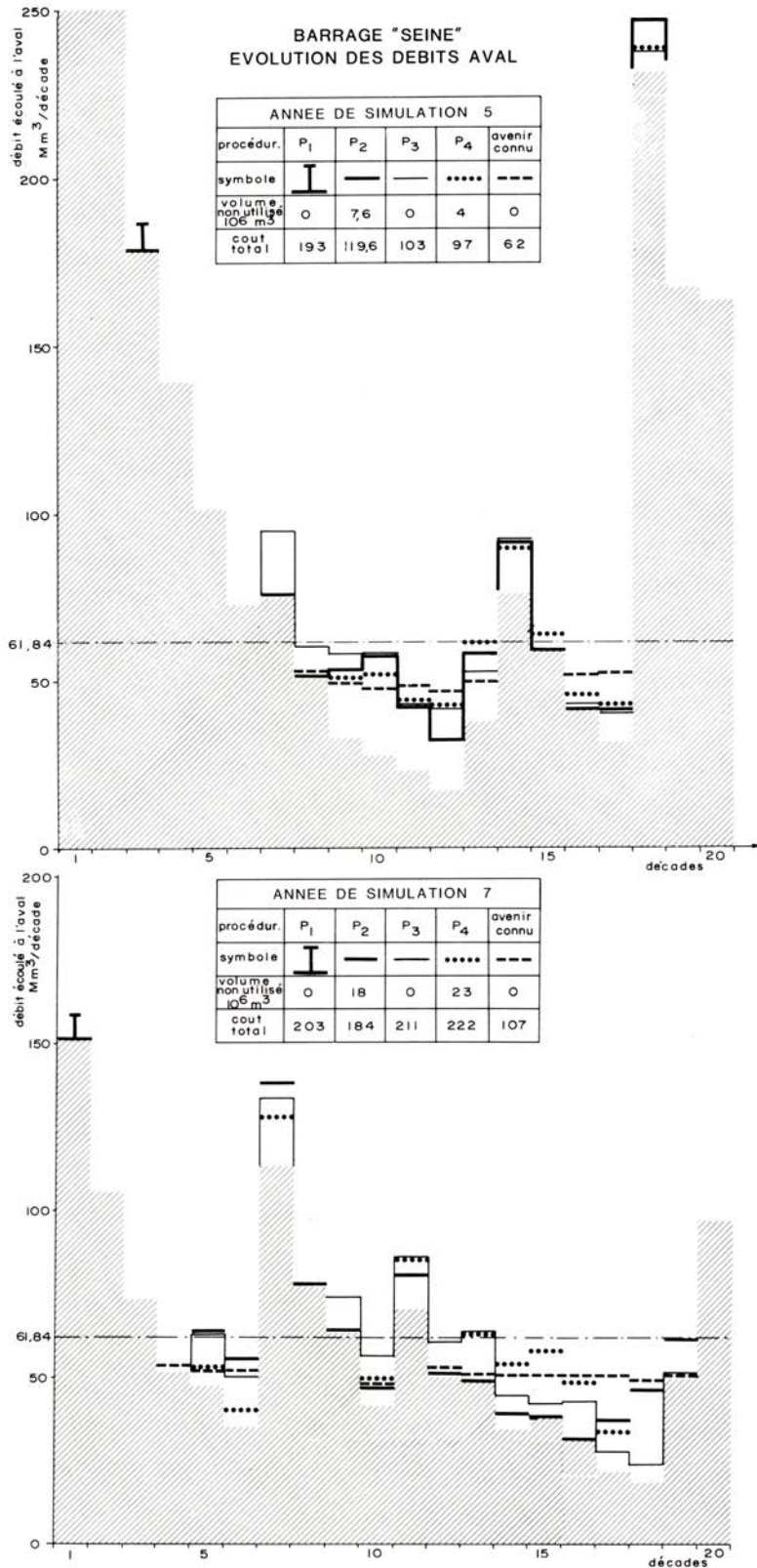


FIG.3 Comparaison des simulations année par années pour les quatre méthodes (cas du réservoir "Seine").

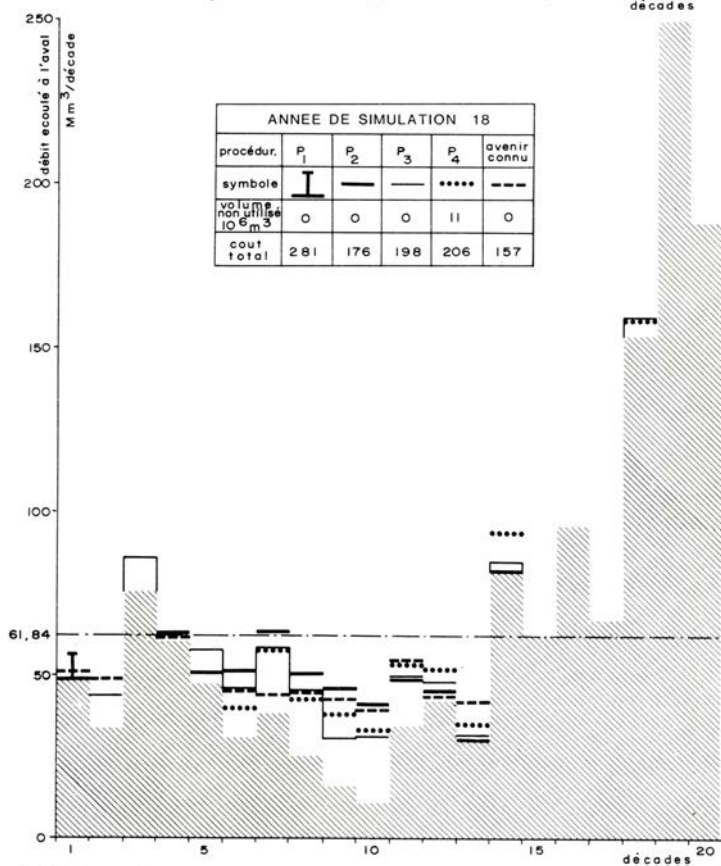
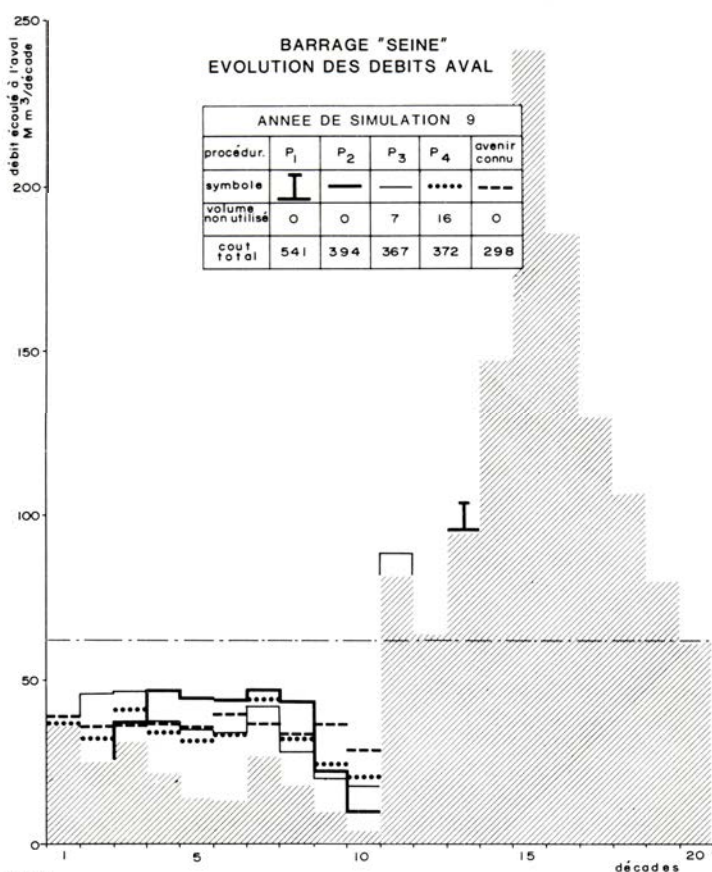


FIG.3 suite.

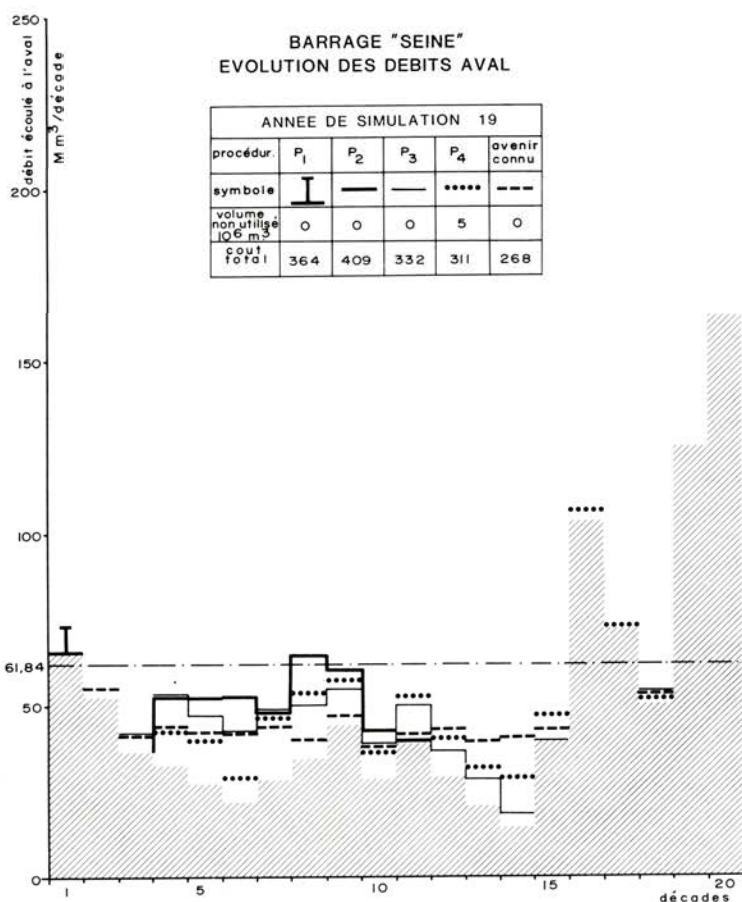


FIG.3 fin.

pour une décade en début d'étiage représente 5 s de temps CPU pour la méthode P2, 50 s pour la méthode P3 avec 20 scénarios, et 1 minute 30 s par la méthode P4 avec des interpolations très sommaires pour le calcul des espérances des utilités. Ces coûts sont tout-à-fait acceptables en temps réel, mais posent des difficultés lorsqu'il s'agit d'effectuer de nombreuses simulations (surtout pour P3 et P4, qui peuvent nécessiter de l'ordre de 10 h d'ordinateur pour un test sur une cinquantaine d'années).

CONCLUSION

L'optimalité d'une gestion, ou d'une procédure de décision particulière, ne se juge pas seulement à son score pour un critère particulier et pour un modèle hydrologique simplifié donné. Elle s'éprouve à l'usage, et ses qualités sont plutôt souplesse, robustesse à des erreurs de prévision (toujours possibles), et richesse de l'information mise à la disposition des instances de décisions en temps réel. Pour évaluer ces qualités, la simulation sur des années, réelles ou fictives, est indispensable.

En matière de procédure de décision, on a montré sur un exemple que la méthode de programmation dynamique en avenir incertain, réputée très optimale, ne se révélait pas en pratique beaucoup plus performante que d'autres méthodes plus empiriques, notamment basées sur la génération des scénarios.

D'une façon générale, ces techniques d'optimisation fournissent une aide à la décision irremplaçable: c'est l'évaluation approximative certes, de l'impact futur des décisions possibles à une date donnée. Cette information permet de construire une stratégie cohérente que l'on peut utiliser par la suite en temps réel.

Cependant, avant de tirer des conclusions définitives sur la comparaison de ces méthodes, il conviendra d'effectuer une analyse de sensibilité aux facteurs suivants:

- (a) nature et paramétrisation des fonctions de coût,
- (b) complexité et performances du modèle de prévision,
- (c) échantillonnage,
- (d) contraintes extérieures.

REFERENCE

Camboulives, J.M. (1980) Etude de l'influence de la prise en compte des incertitudes technologiques dans la gestion d'un réservoir de soutien d'étiages. Thèse de Docteur-Ingénieur, Université Paris VI.