

## **Expression générale du début d'érosion d'un fond mobile non-cohésif**

**G. K. GADJEV**

*Institut de Recherche et d'Etude d'Hydrotechnique et d'Amélioration, 136 Rue "9 Septembre", 1618 Sofia, Bulgarie*

**Résumé** Des recherches théoriques étayées par des essais de laboratoire ont permis d'établir une expression adimensionnelle du seuil d'équilibre d'un fond mobile non-cohésif. Cette expression prend en compte l'intensité de la turbulence de l'écoulement et la probabilité pour que soit atteinte la vitesse d'érosion critique. Elle est applicable à l'écoulement pleinement turbulent, tout comme à celui de transition et à l'écoulement laminaire. Partant de l'expression générale, on propose, pour chaque type d'écoulement, des formules donnant les valeurs critiques de la vitesse de fond et de la vitesse moyenne en fonction du risque que peut courir l'ouvrage à protéger. Les résultats obtenus sont confirmés par les essais en laboratoire.

### **General relation for the limiting equilibrium state for mobile non-coherent beds**

**Abstract** A dimensionless relationship for the limiting equilibrium state for mobile noncoherent beds is established on the basis of theoretical and experimental investigations. This relationship takes account of the turbulent intensity of the flow, and the probability of the limiting non-scouring pulsation velocity. The derived relationship is valid for the quadratic, the transient and the laminar zones. As special cases for these zones, some formulae are proposed which give the critical bottom and mean velocities, given that the dimensional probability is defined with consideration of the importance and the category of the construction to be protected. The results obtained are confirmed by experiments.

## **INTRODUCTION**

La détermination des valeurs critiques des vitesses d'écoulement non-érosives des lits mobiles est un problème d'actualité et fait l'objet des recherches de nombreux auteurs (Goncharov, 1962; Mirtshoulava, 1967). L'étude ici présentée cherche à exprimer le seuil d'équilibre d'un fond non-cohésif en fonction des vitesses instantanées d'écoulements turbulents. La variabilité de celles-ci est très irrégulière et présente un caractère pulsatif. Leur probabilité se situe dans un intervalle de 0 à 0.9999 qui équivaut pratiquement à 0.99.

## EXPRESSION GENERALE DU SEUIL D'EQUILIBRE

L'objet de notre attention est un écoulement à surface libre et fond mobile non-cohésif. Chaque particule située à la surface du lit est soumise à l'action de la force d'impact, de la pesanteur, de la portance, et, pour les particules de diamètre inférieur à 1.11 mm, aux forces d'adhérence.

La force d'impact est donnée par l'équation dimensionnel de Velikanov (1949) qui dans le cas présent s'écrit:

$$R_1 = \pi K_1 \rho v^{2-1/(1-y)} d^{1/(1-y)} (V_g + V'_g)^{1/(1-y)} \quad (1)$$

où  $d$  représente le diamètre de la particule;  $\rho$  la densité de l'eau;  $v$  la viscosité cinématique;  $V_g$  la vitesse moyenne au  $2/3$  du diamètre, comptée à partir du fond;  $V'_g$  la variation instantanée de vitesse;  $\pi = 3.14$ ;  $K_1$  est un coefficient et  $y$  un facteur caractéristique valant 0 pour l'écoulement laminaire; 0.50 pour l'écoulement quadratique et donné dans le cas de l'écoulement de transition par la formule proposée par Gadjev (1969):

$$y = 0.128[\log(d^3 g \rho'_0 / v^2) - 0.717] \quad (2)$$

pour laquelle  $\rho'_0 = \rho' \phi$ ;  $\rho' = (\rho_1 - \rho) / \rho$ ;  $\rho_1$  étant la densité de la particule et  $\phi$  le coefficient d'adhérence.

Selon Levi (1948) la portance est proportionnelle à la force d'impact et vaut donc

$$R_2 = K_2 R_1 \quad (3)$$

Dans le cas le plus général (fond incliné) cette force et celle de la pesanteur

$$R_3 = \pi d^3 / 6 (\rho_1 - \rho) g \quad (4)$$

ont pour résultantes respectives

$$R_2(f - J) / \sqrt{1 + J^2} \quad \text{et} \quad R_3(f - J) / \sqrt{1 + J^2} \quad (5)$$

Il est logique de combiner les forces moléculaires d'adhérence avec la pesanteur et donc de poser

$$R_3(f - J) / \sqrt{1 + J^2} + N = \phi R_2(f - J) / \sqrt{1 + J^2} \quad (6)$$

expression pour laquelle  $\phi = 1 + N / R_3(f - J) / \sqrt{1 + J^2}$ ,  $N$  représentant la force d'adhérence.

Les variations de la pente du lit  $J$  inférieure à 15‰ ont une influence pratiquement négligeable sur les vitesses critiques d'érosion, mais lorsque  $J > 15‰$  il faut tenir compte de l'effet de pente. En général l'augmentation de la pente provoque une diminution de résistance du lit et il est pratique d'introduire la notion de "coefficient de frottement réduit" donnée par

l'expression  $f' = (f - J) / \sqrt{1 + J^2}$ .

Une fois traduites les conditions d'équilibre des forces en présence, on aboutit à l'expression adimensionnelle

$$\frac{R_e}{F_r} \rho_0' = \left[ 1 + \frac{V_g'}{V_g} \right] (6K_0)^{1-y} \left[ \frac{d^3 g}{\nu^2} \rho_0' \right]^y \quad (7)$$

dans laquelle  $K_0 = K_1/f' + K_2$ ;  $R_e = V_g d/\nu$ ;  $F_r = V_g^2/gd$ .

Les fluctuations de vitesse diminuent au long de la zone transitoire et disparaissent lorsqu'est atteint le régime d'écoulement laminaire. Ce processus est traduit par une relation linéaire passant par les points limites de la zone transitoire dont les coordonnées sont d'après Gadjev (1972)

$$V_g'/V_g = V_g'/V_{g1}; \quad \log(d^3 g \rho_0' / \nu^2) = 4.623$$

$$V_g'/V_g = 0; \quad \log(d^3 g \rho_0' / \nu^2) = 0.717$$

Elle a pour équation

$$V_g' = V_g = 2y(V_g'/V_{g1}) \quad (8)$$

Les fluctuations des vitesses instantanées ne sont pas régulières, et toujours selon Gadjev (1976) leur relation avec la vitesse moyenne est donnée par

$$\bar{V} = V + M\tau V \quad (9)$$

où  $M$  est le coefficient de probabilité donnée au Tableau 1 et  $\tau$  est l'intensité de la turbulence.

**Tableau 1** Valeurs du coefficient de probabilité  $M$

$P$	$M$	$P$	$M$	$P$	$M$
0.00	0	0.40	0.525	0.80	1.280
0.10	0.126	0.50	0.675	0.90	1.650
0.20	0.253	0.60	0.640	0.95	1.960
0.30	0.384	0.70	1.040	0.99	2.580

Faisant les substitutions découlant de (8) et (9), la relation adimensionnelle (7) devient:

$$\frac{R_e}{F_r} \rho_0' = (1 + 2y\tau M) (6K_0)^{1-y} \left[ \frac{d^3 g}{\nu^2} \rho_0' \right]^y \quad (10)$$

Pour  $P = 0.9$  et  $\tau = 0.17$ , Gadjev (1975) a montré que le terme  $(1 + 2y\tau M)(6K_0)^{1-y}$  est équivalent à  $(6K)^{1-y}$ . D'où il découle que

$$(6K_0)^{1-y} = (6K)^{1-y}(1 + 0.561y)$$

pour laquelle  $K$  vaut 0.093 dans la zone quadratique, 2.383 lorsque l'écoulement est laminaire et assume les valeurs indiquées au Tableau 2 dans la zone de transition.

**Tableau 2** Valeurs de  $y$  et de  $K$  pour la zone transitoire

$\log \left[ \frac{d^3 g}{\nu^2} \rho'_0 \right]$	$y$	$K$	$\log \left[ \frac{d^3 g}{\nu^2} \rho'_0 \right]$	$y$	$K$
0.717	0	2.383	3.50	0.356	0.905
1.50	0.100	2.380	4.00	0.420	0.425
2.00	0.164	2.280	4.25	0.452	0.243
2.50	0.228	1.986	4.623	0.500	0.093
3.00	0.292	1.477			

Finalement la relation adimensionnelle qui exprime le seuil d'équilibre des lits mobiles pour n'importe quelle probabilité arbitraire de la vitesse instantanée et pour n'importe quelle intensité de la turbulence, s'écrit:

$$\frac{R_e}{F_r} \rho'_0 = \frac{1 + 2y\tau M}{1 + 0.561y} (6K)^{1-y} \left[ \frac{d^3 g}{\nu^2} \rho'_0 \right]^y \quad (11)$$

Les valeurs de  $\tau$  dépendent de la rugosité du lit et des conditions hydrauliques de l'écoulement; elles sont déterminées expérimentalement. Les valeurs de la probabilité à prendre en compte sont à déterminer selon des normes existantes, en fonction de l'importance et du type de l'ouvrage considéré. Ainsi pour des ouvrages de grande importance il est recommandé de prendre  $P = 0.99$ ; pour les ouvrages importants (1<sup>ère</sup> catégorie)  $P = 0.90-0.95$ ; pour ceux de 2<sup>ème</sup> catégorie  $P = 0.80-0.85$  ... .

Pour chaque cas d'écoulement, la relation (11) conduit aux relations adimensionnelles particulières suivantes:

– *écoulement quadratique*

$$\frac{R_e}{F_r} \rho'_0 = (1 + \tau M) 0.583 \left[ \frac{d^3 g}{\nu^2} \rho'_0 \right]^{0.50} \quad (12)$$

– *écoulement laminaire*

$$\frac{R_e}{F_r \rho_0'} = 14.31 \quad (13)$$

– *en écoulement de transition, on applique l'équation (11) en prenant pour  $y$  et  $K$  les valeurs données au Tableau 2.*

### VALEURS CRITIQUES DE LA VITESSE DE FOND

Déduisant  $V_g$  de l'expression générale (11), on obtient les relations suivantes:

Pour l'écoulement quadratique,  $\log(d^3 g \rho' / \nu^2) > 4.623$ ,

$$V_g = 1.715(1 + \tau M)^{-1} (\rho' g d)^{0.50} \quad g - \text{cm s}^{-2}, d - \text{cm}, V - \text{cm s}^{-1} \quad (14)$$

Pour l'écoulement de transition,  $0.717 < \log(d^3 g \rho' / \nu^2) < 4.623$ ;  $\phi = 0.088d^{-1.11}$ ,

$$V_g = \frac{1 + 0.561y}{1 + 2y\tau M} (6K)^{-(1-y)} \frac{d^{\frac{3}{2}}}{\nu} \rho_0' \left[ \frac{d^{\frac{3}{2}}}{\nu^2} \rho_0' \right]^{-y} \quad (15)$$

ou sa version simplifiée (avec  $\rho' = 1.65$ ;  $g = 981 \text{ cm s}^{-2}$ ;  $\nu = 0.0114 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$ )

$$V_g = (1 + 0.561y)(1 + 2y\tau M)^{-1} (0.607)^{-(1-y)} \phi^{2/3} (116.7d - 0.52\phi^{-1/3}) \quad (16)$$

Pour la zone laminaire,  $\log(d^3 g \rho' / \nu^2) < 0.717$ ;  $\phi = 1.2/10^3 d^2$ ,

$$V_g = 10^{-2} 8.24 \rho' / \nu \quad \nu - \text{cm}^2 \text{ s}^{-1}, V_g - \text{cm s}^{-1} \quad (17)$$

### VALEURS CRITIQUES DE LA VITESSE MOYENNE

Faisant usage de la relation entre  $V_g$  et  $V$  citée par Gadjev (1975), on obtient pour l'écoulement quadratique

$$V = V_g (H/d)^{0.191} (5.63\eta)^{-0.50} \quad (18)$$

et pour l'écoulement de transition

$$V = V_g (1/1.52)(H/d)^{0.2} \quad (19)$$

Les valeurs de  $\eta$  sont données au Tableau 3.

Tableau 3 Valeurs de  $\eta$ 

$d(mm)$	$\eta$	$d(mm)$	$\eta$	$d(mm)$	$\eta$
0.70	0.403	1.80	0.287	5.50	0.183
0.80	0.392	2.00	0.272	6.00	0.182
0.90	0.382	2.50	0.239	6.50	0.181
1.00	0.371	3.00	0.216	7.00	0.181
1.10	0.360	3.50	0.201	7.50	0.180
1.20	0.350	4.00	0.193	8.00	0.180
1.40	0.329	4.50	0.189	8.50	0.180
1.60	0.300	5.00	0.186	9.00	0.180

## ESSAIS DE VERIFICATION

L'expression proposée pour le seuil d'équilibre et les vitesses critiques a été vérifiée expérimentalement au laboratoire de l'Institut d'Hydrotechnique et de Mise en Valeur des Terres de Sofia. Les essais ont été réalisés dans un canal à fond mobile de 40 m de long, 1.0 m de large et 0.7 m de profondeur.

Les matériaux utilisés avaient une granulométrie homogène obtenue par

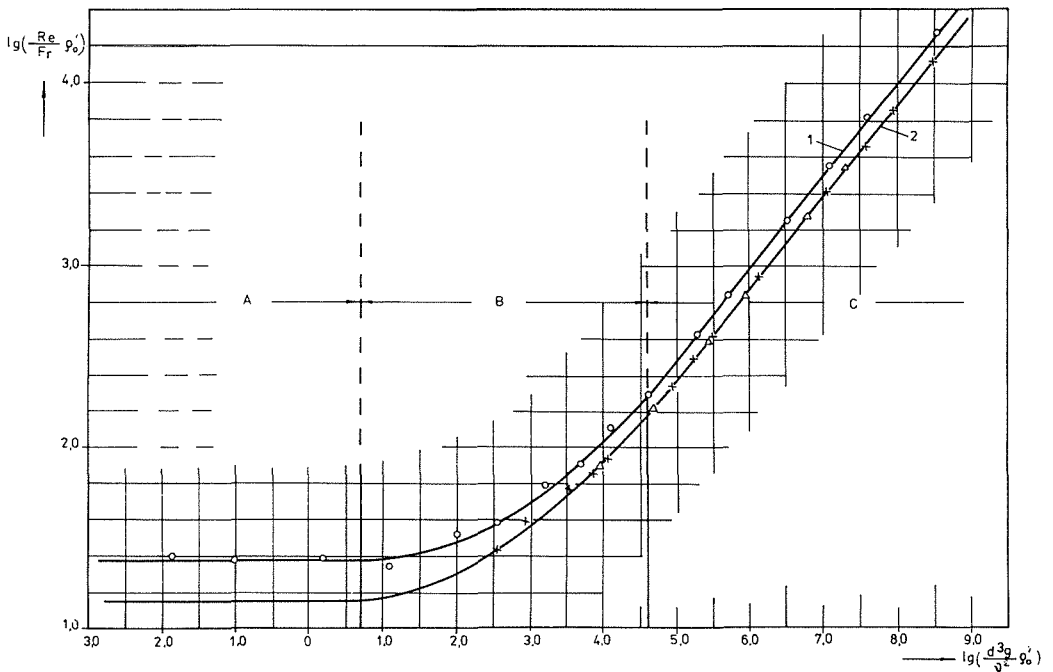
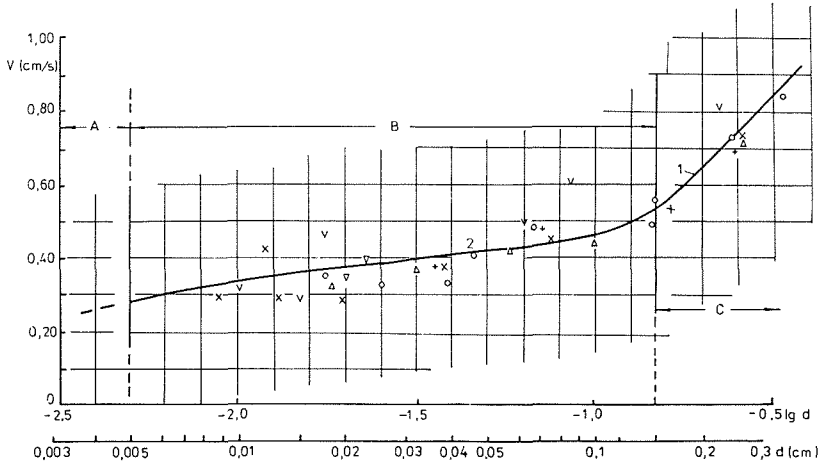


Fig. 1 Relation générale — 2, formule (11); relation générale de la sédimentation — 1. Résultats expérimentaux:  $\circ$  Archangelski (1935),  $+$  Mirtshoulava (1967),  $\Delta$  Gadjev (1975); A — zone laminaire, B — zone transitoire, C — zone quadratique.

tamissage d'alluvions naturelles de 0.5 à 15 mm, provenant du lit des rivières Maritsa et Strouma.

Les résultats de la vérification de l'expression générale (11) pour  $P = 0.90$  sont présentés sur la Fig. 1 et comprennent outre les essais de l'auteur — ceux de Mirtshoulava (1967). A titre de comparaison la relation adimensionnelle de sédimentation en eaux calmes, données par Gadjev (1969) est rapportée sur la même figure, avec les résultats des essais d'Archangelski (1935).

La Fig. 2 montre les résultats obtenus pour la vérification de la formule (19).



**Fig. 2** Valeurs critiques de la vitesse moyenne:  $P = 0.90$ ,  $\tau = 0.17$ ,  $H = 1.0$  m; 1 — formule (18), 2 — formule (19). Résultats expérimentaux:  $\times$  Mirtshoulava (1967),  $\Delta$  Rebiachko (1958),  $\circ$  Knoroz (1958),  $v$  Velikanov (1949),  $+$  Goncharov (1962),  $\nabla$  Studenitchkov (1964).

La vérification de la formule (19), pour le cas où  $\tau = 0.17$ ;  $M = 1.65$  ( $P = 0.9$ ) et  $H$  (profondeur du courant) = 1 m est rapportée sur la Fig. 2, en utilisant les données d'autres auteurs (Goncharov, 1962, etc.).

## REFERENCES

- Archangelski, B. V. (1935) Eksperimentalnoe isledovanie tochnosti chkasl gidravlitceskoj kroupnosti tchastits (Experimental research in the accuracy of the size scale of hydraulic particles). *INIG XV*, Moscow.
- Gadjev, G. K. (1969) Varhou zavisimosta na outaiavane na tvardi tela vav voslozna sreda (On the dependability of hard bodies sedimentation in viscous media). *Tehnischeska Missal* 2, 37-46, Sofia.
- Gadjev, G. K. (1972) *The Boundaries between Laminar, Transitory and Turbulent Zones in Silt Sedimentation*, 181-198. ICID Tech. Mem. no. 1, New Delhi.
- Gadjev, G. K. (1975) *Dvijenie na Nanosite (Movement of the Sediments)*. BAN, Sofia.
- Gadjev, G. K. (1976) Varhou poulsatsionnite skorosti pri ravnomerno tourboulentno techenie (Sur les vitesses de pulsation de l'écoulement turbulent uniforme).

- Chidrologia y Meteorologiya* 5. Sofia.
- Goncharov, V. N. (1962) *Dinamika Rouslovih Potokov (Dynamics of Channel Flow)*. Gidrometeoizdat, Leningrad.
- Knoroz, V. S. (1958) Nerazmivayouchtchaya skorost dlia nesviaznich gountov y faktor ieo opredeliayouchtcie (Vitesses limites nonaffouillantes des matériaux non-cohérents et les paramètres de leur dimensionnement). *IVNIIG 59*, Moscow.
- Levi, I. I. (1948) *Dinamika Rouslovih Potokov (Dynamics of Channel Flows)*. Gidroenergoizdat, Leningrad.
- Mirtshoulava, Ts. E. (1967) *Razmiv Rousel (ERosion des Lits naturels)*. Kolos, Moscow.
- Rebiachko, S. K. (1958) Dopouskaemi skorosti na razmiv dlia pesetchanih y torfianih grountov (vitesses limites non-affouillantes des matériaux de lit composés de sable et de tourbe). *TBIVH VII*.
- Studenitchkov, B. I. (1964) *Razmivayouchaya sposobnost potoka y metod rouslovih rasthetov (Effet d'Erosion de l'Écoulement et dimensionnement des Lits de Rivières)*. Stroizdat, Moscow.
- Velikanov, M. A. (1949) *Dinamika Rouslovih Potokov (Dynamics of Channel Flows)*. Gidrometeoizdat, Leningrad.